Wacław Wolski

Prace z zakresu logiki

Druki

data

WACŁAW WOLSKI

# LOGOMETRJA

ODBITKA ROZPRAWY DRUKOWANEJ W PRZEGL. FILOZ. ROCZNIKA 22 (1919) ZESZYT III I IV P. T. „O FUNKCJI HIPOTETYCZNEJ JAKO PODSTAWIE LOGOMETRJI".

LWÓW — NAKŁADEM AUTORA
GŁÓWNY SKŁAD W KSIĘGARNI GUBRYNOWICZA
1920.

Otázka Skowron [illegible] S.

Tobie, Najmilsza,
najlepsza z moich myśli
Wacław

WACŁAW WOLSKI

# LOGOMETRJA

ODBITKA ROZPRAWY DRUKOWANEJ W PRZEGL. FILOZ. ROCZNIKA 22 (1919) ZESZYT III I IV P. T. „O FUNKCJI HIPOTETYCZNEJ JAKO PODSTAWIE LOGOMETRJI".

LWÓW — NAKŁADEM AUTORA
GŁÓWNY SKŁAD W KSIĘGARNI GUBRYNOWICZA
1920.

# I. Wstęp. O logometrji wogóle.

## *§ 1. Logika i matematyka.*

Jakkolwiek rozbieżne mogą być i są też zdania co do przedmiotu i wzajemnego stosunku logiki i matematyki, trudno chyba zaprzeczyć, że odwieczny, metodologiczny między naukami temi podział wytyczony był pierwotnie zakresem pojęcia ilości. Wyodrębnienie i przekazanie specjalnej nauce tej jednej, bardzo ogólnej co prawda, cechy zdawało się tem konieczniej uzasadniać potrzebę drugiej analogicznej dyscypliny, któraby przeciwnie, pomijając z zasady wszelkie ilościowe określenia, przedmiotem badania swego czyniła ogólno-jakościowe między rzeczami relacje. Powszechność atrybutów treści (*essentiae*, τῆς οὐσίας) i bytu (*existentiae*, τοῦ εἶναι) umożliwiała *a priori* ogólną taką naukę [1]).

Jak każda specjalizacja, tak i ten sztuczny podział jednolitego w rzeczywistości przedmiotu przyniósł nam, obok wielkich niewątpliwie korzyści, także i pewne niebezpieczeństwo. Widzę je nie tyle w osobistych jednostronnościach kierunku — te bowiem sumują się społecznie dając wszechstronną gruntowność — ile raczej w skłonności umysłu ludzkiego do objektywizowania własnych swych systemów i metodologicznych między niemi przegródek. Powstają w ten sposób sztuczne ale niemniej szerokie między naukami miedze, u których urywają się ważne niekiedy myślowe nawiązania. Wśród starannie, do przesady niemal uprawnych grzęd zdarzają się szerokie szmaty ugoru.

---

[1]) Ob. pracę moją: „O poznaniu a priori” Lwów, Gubrynowicz i Schmidt 1918.

## § 2. *Logika matematyczna.*

Taki to nieuprawny pas rodzajnej gleby przechował się zdaniem mojem po dziś dzień na pograniczu obu naszych apriorycznych nauk. Odłogiem leży miejsce przeznaczone dla logiki matematycznej. Znaczenie słowa tego wydaje mi się zupełnie jasnem. Jeżeli przez „matematyczną fizykę", „matematyczną astronomję" i t. p. rozumiemy ścisłe nauk tych odmiany t. zn. te, które obok jakościowej uwzględniają też i ilościową stronę badanych przez siebie zjawisk, tedy słowo „matematyczna logika" nie może z natury rzeczy nic innego oznaczać, jak tylko naukę czyniącą w ogólnym swym, formalnym zakresie to samo, co tamte nauki w swych specjalnych czynią zakresach, t. zn. naukę, któraby, uwzględniając obok jakościowej także i ilościową stronę owych ogólnych atrybutów (w szczególności bytu), ustanawiała *a priori* dla wszystkich specjalnych wypadków pewne ogólno-relacjonalne prawa i wzory.

## § 3. *Logistyka.*

Nie daje nam syntezy takiej ani tradycyjna, znakiem słowa posługująca się nauka poprawnego rozumowania ani też, śmiem twierdzić, nowoczesna, algebraiczna jej odmiana. *Elle ignore la distinction des degrés*, stwierdza słusznie Couturat [1]), sprowadzając tem samem „logikę symboliczną" do znaczenia wielkiej ale formalnej tylko innowacji. Wzorowana, mimo wszystkie zewnętrzne różnice, na klasycznej, dysjunktywnej ideologji, logistyka nowoczesna przyznaje treściom albo pełny byt, albo pełny nie-byt, wykluczając w ten sposób całą, ogromną w rzeczywistości dziedzinę pośrednich stopni prawdopodobieństwa czyli, ogólniej mówiąc, stopni bytu, dla których logika klasyczna w pojęciu „niektórości" i „niekiedości" ogólnikowe przynajmniej posiadała określenia. Dobrowolne to ograniczenie musiało z natury rzeczy odebrać opartemu na niem schematowi ciągłość, którą posiada świat rzeczywisty a wraz z ciągłością i zdolność do ujęcia ogólnych między-zjawiskowych relacyj w jeden jednolity system myślowy [2]).

---

[1]) Couturat: „L'algèbre de la logique".

[2]) Ob. pracę moją: „O podstawach myślowych logistyki". Lwów. Gubrynowicz i Schmidt 1918.

### § 4. *Nomografja.*

Znacznie ogólniej ujmują sprawę owe „nomograficzne" metody, za pomocą których nowoczesne nauki doświadczalne starają się ustalać *a posteriori*, na podstawie statystycznych dat, istnienie, rodzaj i ścisłość zachodzących między zjawiskami związków czyli „korrelacyj". Formuły Galtona, Pearsona, Youle'a należą już bezsprzecznie do zakresu „logiki matematycznej", która też niewątpliwie prędzej czy później na tem myślowem rozwinęłaby się podłożu. Na razie są to luźne jedynie fragmenty, nie zorjentowane wobec całokształtu formalnej naszej wiedzy, nieświadome, rzekłbyś, własnej swej epistemologicznej doniosłości. Brak tu jeszcze wspólnej dedukcyjnej podstawy t. zn. ogólnego jakiegoś wzoru zależności, któryby pozwolił nam ująć w jeden jednolity a ścisły system wszystkie „logiczne" (t. zn. ogólne) między zjawiskami związki i stosunki.

### § 5. *Funkcja hipotetyczna.*

Czy formuła taka jest możliwą? Sądzę, że tak i że ją znalazłem. Ona to, ta **„funkcja hipotetyczna"** tworzy wspólny jakoby i jednolity kręgosłup nowej, jakościowo-ilościowej logiki, którą pozwoliłem sobie nazwać **„logometrją"**, a z której nietylko cała klasyczna i algebraiczna logika drogą prostych podstawień jako specjalne wywodzą się wypadki, ale nadto i wiele innych, ogólniejszych znacznie prawd, które z natury rzeczy w ciasnych ramach dysjunkcji: „tak — nie" pomieścić się nie mogły. A nie braknie też i całego szeregu tradycyjnych, niewzruszonych rzekomo praw i reguł, o których przekonamy się, że ważność ich nie w przedmiocie samym ma swe uzasadnienie ale w jednostronnym, topologicznym niejako sposobie ujmowania rzeczy, z którego zmianą też upada.

Krótkie rozumowanie poucza nas, że ta podstawowa „hipotetyczna funkcja" jest funkcją ciągłą, zaś przeciwne — dość powszechne, o ile uważałem — mniemanie wynikło z metodologicznych jedynie ograniczeń, jakie nałożyliśmy sobie sami, zacieśniając naszą ogólną niby naukę myślenia do dwóch tylko, specjalnych wypadków: pełnej dodatniej i pełnej ujemnej pewności. Tradycyjna nasza logika jest, że tak powiem, geometrją czterech rogów, w najlepszym razie czterech boków „probabilnego kwadratu", (§ 15), podczas gdy całe

jego, najciekawsze właśnie wnętrze dla klasyków zarówno jak logistyków nieznaną jakąś, jednolicie białą czy szarą przedstawia płaszczyznę. Odkrywa nam je dopiero i wypełnia logometrja, ujmując tem samem i wiążąc w jednolity dedukcyjny system całokształt zjawisk logicznych.

Osobliwością „funkcji hipotetycznej" jest, jak zobaczymy, jej dwutorowość, zjawisko, o ile wiem, przez matematyków dotąd nie badane i dlatego też samo w sobie ciekawe. Czy i o ile wprowadzenie funkcji tej do rachunku prawdopodobieństwa pozwoli poważniejsze jakieś osiągnąć korzyści, nie śmiem w tej chwili przesądzać. Oczywistą natomiast wydaje mi się korzyść dla wspomnianej przed chwilą nauki o korrelacjach, która w tej formie dopiero w rodzinie nauk dedukcyjnych należne jej, poczestne zajmuje stanowisko. Dla filozofa-matematyka wreszcie ważnem wydaje mi się poznanie, że najogólniejsze, jak mniemaliśmy dotąd, pojęcie „funkcji matematycznej" okazuje się specjalnym tylko (jednotorowym) wypadkiem ogólniejszej znacznie, wielotorowej „funkcji hipotetycznej". W ten to sposób osięgałaby nowa, na najogólniejszem z praw, „prawie przypadku" oparta nauka logometrji to, co zdaniem mojem przedwcześnie dla logistycznego reklamowano rachunku t. j. stanowisko pierwotne u rozdroża obu naszych apriorycznych nauk.

W pracy niniejszej, i tak dość szkicowej, ograniczyłem się do zagadnień logometrji „płaskiej" czyli „binarnej" t. zn. takiej, która zajmuje się relacją dwóch tylko zależnych od siebie bytów. Zaznaczam jednak, że logometrja trój- i wielowymiarowa, podobną badana metodą, cały szereg dalszych, ciekawych nastręcza zagadnień.

## II. Związek hipotetyczny.

### *§ 8. Stosunki i związki.*

Zjawiska mogą być od siebie niezależne albo zależne. W tym ostatnim wypadku zależność ta czyli „relacja" dwojaką znów może posiadać formę: stosunku albo związku stosownie do tego, czy ujawnia się ona wpływem jednej treści na drugą, czy też wpływem bytu lub niebytu jednego (pod względem treści ściśle określonego) zjawiska na byt lub niebyt drugiego. Rozumie się, że w rzeczywistości rozgraniczenie to rzadko w tak ostrej występuje postaci. I tak np. przyczynowość zwykła obja-

wiać się nietylko tem, że byt przyczyny wpływa na byt skutku, ale także i tem, że zmieniając stopniowo treść (m. i. ilość) przyczyny zmieniamy też i treść (ilość) skutku. Teorja logiczna wszakże wymaga ostrego między obiema temi relacjami rozgraniczenia [1]). Jak wykażę w dalszym ciągu (ob. rozdział IV), „związek" jest ogólniejszą formą zależności, do której wszystkie logiczne „stosunki" drogą pewnych specjalnych sprowadzają się podstawień.

### § 9. *Związek hipotetyczny.*

Jeżeli wartości bytowe (prawdopodobieństwa) dwóch lub kilku zjawisk nawzajem od siebie zależą, to mamy przed sobą „związek hipotetyczny" czyli „korrelację" [2]).

Pojęcie „zależności bytowej" implikuje wprawdzie pojęcie bytu, ale nie da się doń sprowadzić. Jest to pojęcie pierwotne, nie potrzebujące ani nie znoszące definicji. Hipotetyczne połączenie zdań: „jeśli—to" zrozumiałem jest dla nas bezpośrednio.

Ilościowym wyrazem związku hipotetycznego jest t. zw. „funkcja hipotetyczna", której ogólnym wywodem zajmuje się rozdział niniejszy.

### § 10. *Kryterjum związku.*

Bierzemy pod uwagę dwa zjawiska A i B i nazywamy absolutne ich prawdopodobieństwa $\alpha$ i $\beta$. Symbolicznie:

$$\pi(A) = \alpha$$
$$\pi(B) = \beta$$

Wedle znanych zasad probabilnego rachunku prawdopodobieństwo, że zaistnieją oba zjawiska, równa się iloczynowi obu poszczególnych prawdopodobieństw:

$$\pi(A \text{ i } B) = \alpha\beta$$

Relację tę możemy przedstawić sobie obrazowo (Fig. 1) za pomocą dwóch kół A i B częściowo na siebie zachodzących. Wspólna (kratkowana) część powierzchni — nazwiemy ją „pokryciem" — przedstawia wtedy zakres (liczbę wypadków)

---

[1]) W piśmiennictwie dotychczasowem rozróżnienie to nie jest ściśle przestrzeganem, dla wielu nieznanem wcale, wskutek czego też i nazwy „stosunku" i „związku" nie posiadają tak ściśle jak u nas określonego znaczenia.

[2]) Rozpowszechnionego w naszem piśmiennictwie słowa „współzależność" nie używam, aby uniknąć możliwej w tym wypadku dwuznaczności.

współistnienia obu zjawisk. Zakres ten E porównany z zakresem M wszystkich wogóle możliwych wypadków daje nam absolutne prawdopodobieństwo współistnienia obu zjawisk:

$$\frac{E}{M} = \varepsilon$$

podczas gdy stosunki ilościowe:

$$\frac{A}{M} = \alpha$$

$$\frac{B}{M} = \beta$$

określają szansę bytową poszczególnych zjawisk. Jeżeli przyjmiemy

$$M = 1$$

to powierzchnie obu kół i wspólnej ich soczewki dadzą nam wprost miarę wszystkich trzech prawdopodobieństw.

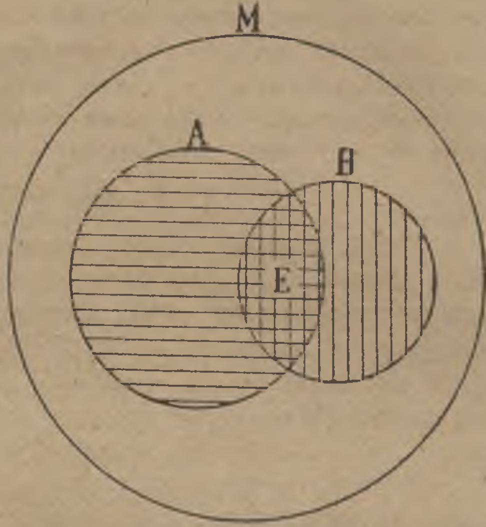


Fig. 1.

Otóż rachunek prawdopodobieństwa uczy nas, że

$$\varepsilon = \alpha\beta$$

ale wtedy tylko i o tyle, o ile zjawiska A i B są od siebie niezależne. Jeżeli są zależne, to prawdopodobieństwo współbytu ich przybierze inną jakąś, mniejszą albo większą wartość stosownie do tego, czy byt jednego zjawiska ułatwia byt drugiego czy utrudnia.

Weźmy przykład. W pewnem mieście statystyka wykazuje na 100 mieszkańców 30-tu jasnowłosych a 40-tu modrookich. Prawdopodobieństwo, że pierwszy spotkany na ulicy przechodzień będzie miał jasne włosy, wynosi zatem:

$$\alpha = 0{,}3$$

prawdopodobieństwo, że będzie miał niebieskie oczy:

$$\beta = 0{,}4$$

Jak wielkiem jest prawdopodobieństwo, że będzie miał równocześnie modre oczy i jasne włosy? Czy może $\varepsilon = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$? Nie. Próba wykaże niewątpliwie wartość dużo większą np.

$$\varepsilon = 0{,}25$$

a mianowicie dlatego, że między barwą oczu i włosów zachodzi pewien wewnętrzny, rasowy związek, który sprawia, że współbyt

ich zdarza się częściej, niżby to miało miejsce, gdyby obie cechy były od siebie niezależne. Okoliczność ta może nam zatem posłużyć za ogólny sprawdzian zależności. Choćbym nic zgoła nie wiedział o istocie dwóch zjawisk i wzajemnem ich działaniu, to jednak mogę zawsze *a posteriori*, na statystycznej poprostu podstawie, stwierdzić:

1. czy są one od siebie zależne,
2. czy zależność ta jest dodatniej czy ujemnej natury,
3. jak ścisłą jest ona t. j. jak wielkim wpływ, który jedna wartość bytowa na drugą wywiera. Wyrazem krytycznym będzie tu różnica ($\varepsilon - \alpha\beta$), którą nazwiemy krótko logometrycznym „ekscesem"

$$\varepsilon - \alpha\beta \lesseqgtr 0.$$

Niezawodność sprawdzianu tego opiera się na „prawie przypadku", które, jak wiemy, tem ściślej obowiązuje, im większą liczbę wypadków weźmiemy pod uwagę. I tak np. jest niemożliwą wręcz rzeczą, aby dwa niezależne od siebie zjawiska wykazywały w bardzo szerokiem przecięciu wartość ekscesu inną od zera. Nie jest natomiast wykluczonym wypadek przeciwny, w którym istnieje wprawdzie wewnętrzna zależność dwóch zjawisk ale taka, której działanie ujawnia się właśnie wartością ekscesu $= 0$. Skoro jednak taka pozorna niezależność na zewnątrz, w objawach swych i skutkach, nie różni się niczem od rzeczywistej, nie widzę powodu, dla któregobyśmy mieli przy korrelacyjnych naszych badaniach jakąkolwiek między obiema czynić różnicę.

### § 11. *Wartości graniczne.*

Wartość pokrycia $\varepsilon$ obraca się w pewnych granicach, które w następujące cztery ująć możemy postulaty:

$$\varepsilon \leq \alpha$$
$$\varepsilon \leq \beta$$
$$\varepsilon \geq 0$$
$$\varepsilon \geq \alpha + \beta - 1$$

Pierwsze trzy ograniczenia są bezpośrednio oczywiste. Żaden zakres nie może więcej pokrywać niż sam mierzy powierzchni, a pokrycie nie może być ujemnem. Czwarty postulat posiada następujące uzasadnienie: Jeżeli

$$\alpha + \beta > 1$$

to nadmiar, o który suma obu prawdopodobieństw większą jest od ogólnego zakresu możliwości („*das Einsgebiet*" Schrödera,

„*the universe of discourse*" de Morgan'a) nie może żadną miarą pomieścić się w nim inaczej, jak przez częściowe pokrycie jednego zakresu przez drugi i to pokrycie nie mniejsze od nadmiaru, który ma się w niem pomieścić.

### § 12. *Ogólny problem zależności.*

Przyjmujemy, że pokrycie $\varepsilon$ posiada dowolną jakąś, w ustaonych przed chwilą granicach obracającą się wartość. Przyjmujemy dalej, że w pewnym osobliwym wypadku prawdopodobieństwo zjawiska A zmieniło się z jakiegokolwiek powodu z normalnej (absolutnej) wartości $\alpha$ na specjalną jakąś wartość a. Zmiana podobna miałaby np. miejsce, gdybyśmy dowiedzieli się, że zjawisko A istotnie zaistniało (a = 1) albo nie zaistniało (a = 0) albo wskutek pewnych poszlak wyjątkowo wysokiego nabrało prawdopodobieństwa.

Powiadają mi, że mój przyjaciel mieszkający w owem właśnie mieście, którego statystyką zajmowaliśmy się przed chwilą (§ 10), zaręczył się. Nie znam jego narzeczonej, ale przypominam sobie, że miał zawsze wybitną do blondynek słabość. Wyciągam stąd z prawdopodobieństwem $^9/_{10}$ wniosek, że na dożywotnią towarzyszkę życia upatrzył sobie jasnowłosą jakąś panienkę. Czy mogę na tej podstawie powiedzieć coś także i o domniemanej barwie jej oczu? Jeśli niema związku między obiema cechami nie; jeśli jest związek, to zmiana prawdopodobieństwa z normalnej (absolutnej) wartości

$$\pi\,(A) = 0{,}3$$

na specjalną:

$$p\,(A) = 0{,}9$$

musi pociągnąć za sobą także i zmianę drugiego prawdopodobieństwa z absolutnej wartości

$$\pi\,(B) = 0{,}4$$

na inną jakąś, osobliwą wartość

$$p\,(B) = ?$$

Ten to właśnie znak zapytania jest obecnie przedmiotem mej ciekawości, a to dla spraw zajmujących mnie znacznie bardziej jeszcze, niż barwa oczu narzeczonej mojego przyjaciela.

### § 13. *Funkcja hipotetyczna.*

Aby odpowiedzieć — i to w ogólnej formie — na zasadnicze to pytanie, wychodzimy z następującej refleksji: Zakresowe przedstawienie prawdopodobieństw (Fig. 1) ma za

1

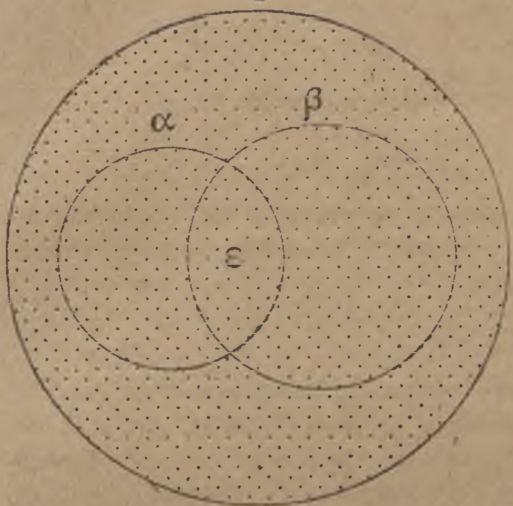



Fig. 2.

cichą przesłankę **r ó w n o ś ć d y s p e r s j i**, to znaczy równomierny rozdział wypadków na całym obszarze możliwości (Fig. 2). Przy nierównomiernym rozdziale prawdopodobieństwo poszczególnych ewentualności mierzy się iloczynem z powierzchni jej i gęstości, jaką w obrębie jej przyjęła dyspersja. Taką bowiem jest liczba możliwości na zakres danej treści przypadających.

Stosując zasadę tę do nowego naszego założenia, wyobrażamy sobie (Fig. 3), że przypadająca na dziedzinę zjawiska A liczba szans zwiększyła się nagle z jakiegobądź powodu z normalnej wartości $\alpha$ na specjalną a. Ponieważ ogólna liczba możliwości została ta sama, przeto zgęszczeniu szans $\frac{a}{\alpha}$ w dziedzinie zjawiska A odpowiadać musi równocześnie ich rozrzedzenie w dziedzinie nie—A a to w stosunku $\frac{1-a}{1-\alpha}$.

1

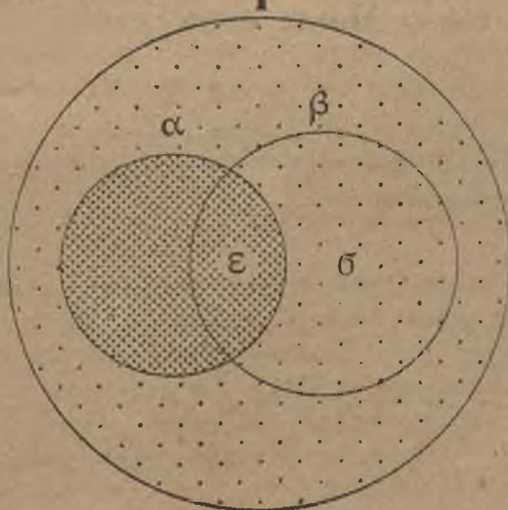



Fig. 3.

Jakże oddziałają zmiany te na prawdopodobieństwo zjawiska B? Odpowiedź prosta. Liczba szans przypadających na jego dziedzinę składa się z tych, które mieszczą się w obrębie soczewki $\varepsilon$ i tych, które obejmuje sierp $\sigma$, przyczem

$$\sigma = \beta - \varepsilon$$

Nowe prawdopodobieństwo zjawiska B przybiera zatem wartość:

$$p(B) = \mathbf{b} = \varepsilon \frac{a}{\alpha} + (\beta - \varepsilon) \frac{1 - a}{1 - \alpha}$$

Porządkując równanie to, otrzymujemy relację:

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1 - \alpha)} a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad I$$

I analogicznie (jeżeli przyjmiemy, że zmieniła się najpierw wartość bytowa zjawiska B, pociągając za sobą wtórnie zmianę wartości A):

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\beta(1 - \beta)} b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad II$$

Oto są dwa podstawowe równania, które uczą nas, w jaki sposób dwa zależne od siebie byty wzajemnie na siebie wpływają. Oba równania razem tworzą t. zw. **funkcję hipotetyczną**, matematyczny wyraz hipotetycznego związku. Równanie I ważnem jest tam, gdzie pierwotna zmiana wartości bytowej dotyczy zjawiska A, pociągając za sobą wtórnie zmianę wartości B, krócej mówiąc: gdzie A jest argumentem a B funkcją. W wypadku przeciwnym obowiązuje równanie II. Aby tem silniej podkreślić ważną tę różnicę, uwydatnimy ją typem liter: cienki druk oznaczać u nas będzie argument, **tłusty druk**—funkcję.

## § 14. *Dwutorowość.*

Jakże to?—zapyta matematyk. Wszak zależność wzajemna dwóch zmiennych x i y wyraża się zawsze jednem funkcjonalnem równaniem:

$$f(xy) = 0$$

a rzeczą formy jedynie jest, czy zechcę wyrazić *explicite* zmienną y jako funkcję zmiennej x, czy też odwrotnie. Dlaczegożby więc i tutaj stosunek dwóch prawdopodobieństw — a więc ostatecznie dwóch ilości—nie znajdował w jednem, wspólnem równaniu stosownego dla siebie wyrazu?

Odpowiem: Związek hipotetyczny, który tu matematycznemi określamy symbolami, nie jest zwykłą ilościową relacją, czem byłby np., gdybyśmy tylko wielkość jednej powierzchni uzależnić chcieli od wielkości drugiej. Tu idzie nadto jeszcze o ustalenie wzajemnego ich wobec siebie położenia. I tak samo, jak położenie punktu w płaszczyźnie albo przebieg prze-

strzennej linji nie da nigdy za pomocą jednego tylko określić się równania, tak też i tu do równoznacznego określenia topologicznej między dwoma zakresami relacji wzgl. hipotetycznego między dwoma bytami związku, koniecznemi nam są dwa sprzężone ze sobą równania, z których jedno określa jeden kierunek wpływu a drugie drugi.

Dla relacji matematycznej tego rodzaju nie znajduję stosowniejszego określenianad nazwę „dwutorowość". Ogólna hipotetyczna funkcja jest funkcją dwutorową. Zapoznanie tej prawdy musiało z natury rzeczy udaremnić wszystkie dotyczasowe próby zalgebraizowania ogólnego związku hipotetycznego czyli „korrelacji".

Pojęcie „funkcji dwutorowej" nie posiada, o ile wiem, w nauce o funkcjach żadnego dotąd przedstawiciela. Role argumentu i funkcji są tu zawsze zamienne. W hipotetycznem natomiasdwu-równaniu nie wolno mi ich mieniać bez równoczesnego przejścia z jednego toru na drugi, który właśnie dla odwrotnego kierunku wpływu jest przeznaczony. Nie możemy też żadną miarą przyrównywać „dwutorowości" takiej do stosunku, w jakim stoją do siebie np. dwa równania jednej przestrzennej krzywej. Tam mamy przed sobą dwa niezależne od siebie matematyczne fakty, dwie dowolne zgoła powierzchnie, których przecięciem właśnie jest dana krzywa. Tutaj natomiast widzimy, że tak powiem, dwu-równanie, parę organicznie ze sobą sprzężonych pół-równań[1]), które dopiero razem wzięte określają jednolity w rzeczywistości przedmiot korrelacji.

Zanim pójdziemy dalej, pozwolę sobie osobliwy ten stosunek na codziennym jakimś unaocznić przykładzie:

Przed sędzią karnym staje młody winowajca. Dla wyboru i wymiaru kary bardzo ważną byłoby rzeczą wiedzieć, czy idzie w danym wypadku o przygodne jedynie przestępstwo, czy też raczej o wrodzoną ku złemu inklinację. W braku osobnych w tym kierunku poszlak jedyną dla sędziego wskazówką może być powierzchowność przestępcy. Przyjmijmy, że statystyka kryminalna wykazuje w przecięciu na 100 wypadków zbrodni 15 takich, w których budowa czaszki i twarzy podpadała pod pojęcie „zbro-

---

[1]) Rozumie się, że czysto algebraicznie rzecz biorąc, każda z obu połówek jest zwykłem pełnem równaniem; połowiczność polega tu na tem jedynie, że zawsze tylko jeden kierunek zależności posiada realne w przedmiocie znaczenie.

dniczego typu", 25 takich, w których stwierdzić można było wrodzoną do zbrodni skłonność, wreszcie 10 takich, w których oba kryterja występowały równocześnie obok siebie. Zestawienie to świadczy najwyraźniej o istnieniu bytowego między zjawiskami związku. Gdyby nie było go, wypadki koincydencji obu nię przekraczałyby 3,75% (= 0,15 × 0,25) ogólnej liczby wypadków.

Przyjmijmy dalej, że powierzchowność młodocianego przestępcy, o którym mowa, żadnej w tym kierunku nie pozostawia wątpliwości; pierwszy rzut oka każe określić go fizycznie jako „typ kryminalny"

$$a = 1$$

która to wartość, wstawiona w równanie I, daje nam wartość funkcji

$$\mathbf{b} = 0{,}67$$

Słowami: Suppozycja, że człowiek ten także i wewnętrznie do zbrodniczego należy typu, ma za sobą szansę $^2/_3$ a szansę $^1/_3$ przeciw sobie.

A teraz, odwracając kwestję, wyobraźmy sobie, żeśmy człowieka, o którym mowa, nigdy nie widzieli, ale przeczytawszy w gazecie w rubryce „Z sali sądowej" dokładne z procesu sprawozdanie, powzięli, na podstawie słów i czynów jego, przekonanie, że musi to być „urodzony zbrodniarz". Przyjmijmy, że modalność owego „musi" odpowiada ułamkowi $^2/_3$ t. zn. posiada tę samą probabilną wartość, jaką sędzia pośrednio ze zbrodniczego wywnioskował wyglądu. A teraz pytam: Czy mamy prawo, odwracając tok rozumowania, wnioskować z tej samej wartości b = 0,67 na tę samą wartość **a** = 1? Innemi słowy: czy prawdopodobieństwo skłonności zbrodniczych może nam dać pewność kryminalnej powierzchowności? Oczywiście n i e. Skoro bowiem punktem wyjścia (argumentem) jest drugie zjawisko B, przeto ważnem staje się równanie II, które stosując otrzymujemy, jako szansę zbrodniczej powierzchownoś i:

$$\mathbf{a} = 0{,}27$$

a więc wartość prawie cztery razy mniejszą od tej, jaką posiadał w pierwszem równaniu argument.

Podobnych przykładów i to w dowolnej ilości dostarczyć nam może antropologja, meteorologja, technika gry, ubezpieczeń i t. p.

### *§ 15. Probabilny kwadrat.*

Ale wróćmy do teorji. W geometrycznym obrazie (Fig. 4) równania I i II przedstawiają dwie proste linje, których przebegi

określony jest jednoznacznie trzema parametrami α, β i ε. Nazwiemy je „t o r a m i" funkcji hipotetycznej. Dla toru I osią odciętych jest linja O A, osią rzędnych linja O B; dla toru II odwrotnie.

Oba tory, jako proste linje, biegną naturalnie w nieskończoność, przyczem jednak realne, logometryczne znaczenie przy-

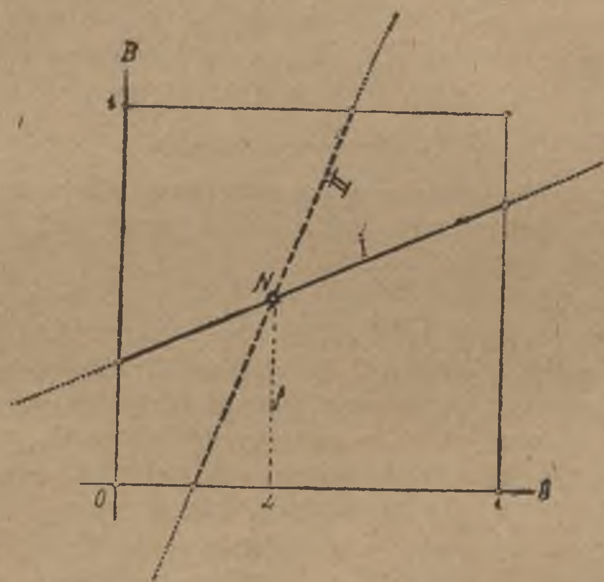



Fig. 4.

służa tylko tym ich odcinkom, które leżą w obrębie „p r o b a b i l n e g o  k w a d r a t u". Nazywamy taki kwadrat ograniczony obiema osiami tudzież dwiema równoległemi do nich w odległości 1 pociągniętemi prostemi. Prawdopodobieństwa bowiem większe od 1 i mniejsze od 0 nie posiadają w świecie realnym nic, coby im odpowiadało; nazwiemy je „u r o j o n e m i".

## *§ 16. Punkt neutralny.*

Wielkie znaczenie posiada dla nas punkt N, w którym oba tory przecinają się ze sobą.

Jeżeli w równaniu I podstawimy

$$a = \alpha$$

otrzymamy:

$$\mathbf{b} = \beta$$

zaś podstawiając w równaniu II

$$b = \beta$$

otrzymamy:

$$\mathbf{a} = \alpha$$

Rzecz naturalna. Tam bowiem, gdzie argument nie zmienił normalnej swej („absolutnej") wartości, niema też powodu, aby funkcja go zmieniła. W tym jednym jedynym wypadku oba zależne od siebie zjawiska zachowują się wobec siebie tak, jak gdyby były niezależnemi. I dlatego też nazwiemy punkt N, w którym oba tory się przecinają „punktem neutralnym".

## § 17. *Parametry zasadnicze.*

Związek hipotetyczny bywa nam często dany nie przez zasadnicze swe parametry $\alpha$, $\beta$ i $\varepsilon$, ale w formie dwóch sprzężonych ze sobą równań:

$$\mathbf{b} = K + M\,a$$
$$\mathbf{a} = L + N\,b$$

Ma to np. miejsce wówczas, gdy istnienie i rodzaj korrelacji danym nam został *a posteriori*, przez statystyczne spostrzeżenia. Mając przed sobą takie dwa empiryczne równania, znajdujemy wartość zasadniczych trzech parametrów najłatwiej przez ustalenie punktu przecięcia. Współrzędne jego są:

$$\alpha = \frac{L + KN}{1 - MN}$$

$$\beta = \frac{K + LM}{1 - MN}$$

Podstawiając wartości te w równaniach

$$K = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha}$$

względnie

$$L = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta}$$ [1]

otrzymujemy wartość pokrycia:

$$\varepsilon = \frac{(K + M)\,(L + KN)}{1 - MN}$$

względnie

$$\varepsilon = \frac{(L + N)\,(K + LM)}{1 - MN}$$

---

[1]) Równania te wynikają z budowy zasadniczych równań I i II.

Oba te wzory, jako jednego i tego samego dotyczące przedmiotu, muszą z natury rzeczy równe zawsze określać wartości.

### § 18. *Sprawdziany.*

Równość ta wynikająca ze wspólności pokrycia (a więc z najistotniejszej właśnie cechy hipotetycznego związku) może być z natury rzeczy użytą za matematyczny jego sprawdzian. Zrównanie obu wartości $\varepsilon$ prowadzi nas do postulatu:

$$\frac{(K + M - 1)\,KN}{(L + N - 1)\,LM} = 1$$

który musi być spełniony, aby dwa linearne równania mogły być uważane za jedno hipotetyczne dwu-równanie Że nie każda para równań warunkowi temu czyni zadość, jest rzeczą jasną, jako że do określenia dwóch prostych potrzebne nam są cztery parametry, do określenia funkcji hipotetycznej zaś, jak wiemy trzy tylko, wskutek czego wybór trzech określa z konieczności wartość czwartego. I w tem właśnie ograniczeniu ujawnia się wzajemna zależność obu wspólnością przedmiotu sprzężonych pół-równań.

Jeżeli znane nam są absolutne szanse dwóch zjawisk, to dwa dane nam linearne równania mogą wtedy tylko być uznane za hipotetyczne dwu-równanie, jeśli:

1. punkt przecięcia wykazuje współrzędne $\alpha$ i $\beta$
2. ważną jest relacja:

$$\frac{M}{N} = \frac{\beta(1 - \beta)}{\alpha(1 - \alpha)}$$

co wynika jasno z budowy ogólnego dwu-równania zależności.

### § 19. *Wpływ. Zależność.*

Parametry M i N posiadają dla nas osobliwe znaczenie jako miara nachylenia obu torów do przynależnych osi rzędnych.

$$M = \left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right)$$

$$N = \left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right)$$

Znak klamry jest tu istotnym i posiada podobne nieco znaczenie jak w rachunku różniczkowym, to mianowicie, że do jednego tylko odnosi się argumentu. Konieczność zastrzeżenia tego wynika z dwutorowości, która sprawia, że wartości a i **a** b i **b**

a zatem i ich różniczki różne całkiem mają znaczenie. Ważna dla wszystkich matematycznych funkcyj relacja

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

nie obowiązuje funkcji hipotetycznej.

Realne znaczenie obu różniczkowych ilorazów jest jasnem. Pierwszy z nich

$$\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right) = \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{1 - \alpha}$$

określa „zależność" bytu B od bytu A czyli „wpływ" bytu A na byt B. Drugi

$$\left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right) = \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{1 - \beta}$$

ma znaczenie odwrotne. I tak np. w przytoczonym powyżej (§ 10) przykładzie wpływ zjawiska jasnych włosów na zjawisok modrych oczu byłby

$$\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right) = 0{,}619$$

wpływ odwrotny modrych oczu na jasne włosy

$$\left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right) = 0{,}542$$

### § 20. *Ścisłość związku.*

Geometryczny środek obu wpływów

$$\zeta = \sqrt{\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right)\left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right)}$$

nazwiemy ścisłością związku. Jest to ta sama wartość, którą w statystycznej nauce o korrelacjach nazwano „stopniem" lub „współczynnikiem zależności"[1]). W cyfrowym naszym przykładzie związek między jasną barwą włosów i oczu posiadałby ścisłość

$$\zeta = 0{,}579$$

Wyraz $\zeta$ może, podobnie jak oba jednostronne wpływy, dodatnią albo ujemną posiadać wartość. Pośrodku między obiema temi możliwościami leży wartość

$$\zeta = 0$$

która ma miejsce, jeśli

$$\varepsilon = \alpha\beta$$

---

[1]) Wzór nasz odpowiada jednej z czterech formułek Youle'a, którą przeto musimy uznać za jedynie właściwą.

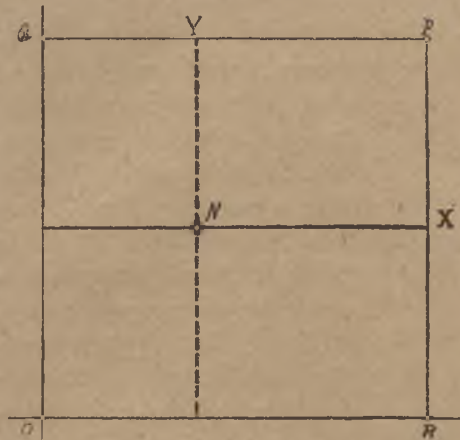



Fig. 5.

t. zn. jeśli oba zjawiska są od siebie niezależne (§ 10). W geometrycznym obrazie (Fig. 5) przedstawia ostatni ten wypadek dwie pod prostym kątem przecinające się proste. Oba tory przebiegają wtedy równolegle do swych osi w odległości $\alpha$ i $\beta$ od tychże. Istnienie zależności **zbliża** oba tory do siebie. Zawarty między nimi kąt $\xi$ mierzy się wyrazem

$$\xi = \frac{\pi}{2} - \text{arc tg}\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right) - \text{arc tg}\left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right)$$

Im ściślejszy związek, tem mniejsza wartość $\xi$.

### § 21. *Jednotorowość.*

Graniczną wartością $\xi$ jest:

$$\xi = 0$$

Otrzymujemy ją, gdy:

$$\text{cotg.}\ \xi = \frac{\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right) + \left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right)}{1 - \left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right)\left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right)} = \infty$$

a zatem, gdy

$$\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right)\left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right) = 1$$

co wtedy tylko nastąpić może, gdy oba wpływy posiadają albo wartość (+ 1) albo (— 1). Pierwsza ewentualność ma miejsce w razie t. zw. **łączności** czyli **konjunkcji** (§ 39), gdy

$$\varepsilon = \alpha = \beta$$

druga w razie **rozłączności** czyli **dysjunkcji** (§ 40), gdy

$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1 = 0$$

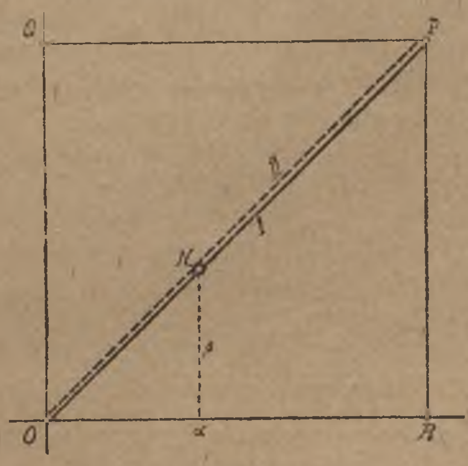



Fig. 6.

W pierwszym wypadku (Fig. 6) oba tory zlane w jeden, biegną śladem przekątni O P probabilnego kwadratu, (którą to przekątnię nazywać będziemy w dalszym ciągu przekątnią „główną"). W drugim wypadku (Fig. 7) śladem „poprzecznej" przekątni Q R. Analitycznym wyrazem przytoczonych powyżej dwóch skrajnych wypadków jest zlanie się obu hipotetycznych pół-relacji w jedną algebraiczną relację, a mianowicie:

$$\mathbf{a} = \mathbf{b}$$

w pierwszym wypadku, a

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = 1$$

w drugim.

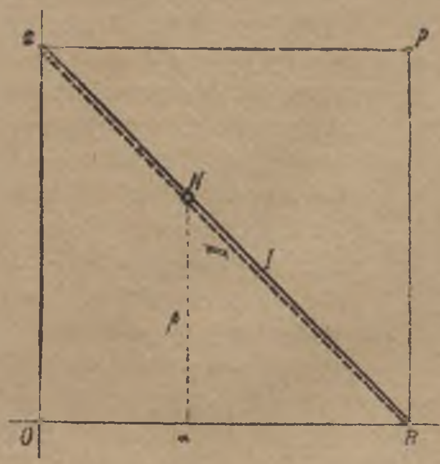



Fig. 7.

### § 22. *Prawo regresji.*

Algebraiczna wartość wyrazów M i N porusza się w granicach (+ 1) i (— 1). Prawda ta ujawnia się nam na podstawie następującego rozumowania:

Weźmy pod uwagę ułamek $\frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1 - \alpha)}$

Ponieważ (§ 11)

$$\beta \geq \varepsilon$$

możemy podstawić

$$\beta = \varepsilon + \delta^2$$

gdzie $\delta^2$ wyraża dowolną jakąś dodatnią wartość. Podstawienie to prowadzi nas do równania:

$$M = \frac{\varepsilon}{\alpha} - \frac{\delta^2}{1 - \alpha}$$

Że zaś

$$\varepsilon \leq \alpha$$

więc

$$M \leq 1 \qquad \text{q. e. d.}$$

Co się tyczy dolnej granicy wartości M, to wynika ona z następującego rozumowania: Najniższa wartość ułamka $\frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1 - \alpha)}$ z natury rzeczy ma miejsce, gdy

$$\varepsilon = 0$$

Wtedy to

$$M = -\frac{\beta}{1-\alpha}$$

Że zaś, w myśl granicznego postulatu (§ 11)

$$\alpha + \beta - 1 \leqq \varepsilon$$

więc w wypadku naszym ($\varepsilon = 0$) obowiązuje relacja:

$$\beta \leqq 1 - \alpha$$

wskutek której ułamek $\frac{\beta}{1-\alpha}$ nie może nigdy przekroczyć wartości 1 a parametr M $\left(= -\frac{\beta}{1-\alpha}\right)$ dolnej granicy (— 1) q. e. d.

Taki sam dowód daje się przeprowadzić co do parametru N.

W geometrycznym obrazie ujawniają się powyższe algebraiczne fakty tem, że tory funkcji związkowej nie mogą nigdy posiadać silniejszego ku osiom rzędnych nachylenia jak 45°. Co w realnej interpretacji tłumaczy się na zasadę: Jeżeli zmiana jednej wartości bytowej powoduje zmianę drugiej, ta ostatnia nie może być nigdy większą od tej, która ją spowodowała.

Ogólne to prawo, którego konieczność my w apriorycznej czysto poznaliśmy drodze, zostało, trzydzieści lat temu, odkryte empirycznie przez antropologa Galtona na podstawie statystycznego materjału, który w dalszym ciągu w najrozmaitszych gromadzony dziedzinach, potwierdzał niemylnie ogólne to prawidło. Nazwiemy je zgodnie z terminologją Galtona „prawem regresji".

## § 23. *Prawo wzajemności.*

Z algebraicznej budowy parametrów M i N (wspólnego licznika mianowicie) wynika w dalszym ciągu, że zależność hipotetyczna, o ile jest, musi zawsze być wzajemną. Jeżeli wartość bytowa zjawiska A posiada jakikolwiek wpływ na wartość zjawiska B, to byt B, wzięty jako argument, nie może wręcz być bez wpływu na byt zjawiska A. Zastrzegam się przytem, że mowa tu jedynie o logicznym, nie zaś o realnym wpływie, który może być i bywa też jednostronnym. (Ob. §§ 55, 56.)

Logometryczną tę prawdę nazwiemy „prawem wzajemności".

### *§ 24. Prawo równego znaku.*

Równie oczywistem jest dla nas „prawo równego znaku", które opiewa:

„Wpływy hipotetyczne A na B i B na A muszą zawsze jednakie, dodatnie albo ujemne, posiadać znaki. Wynika to ze wspólności licznika w ułamkach M i N.

### *§ 25. Prawo wpływów.*

Interesującym wielce jest ilościowy stosunek obu wpływów:

$$\frac{\left(\frac{db}{da}\right)}{\left(\frac{da}{db}\right)} = \frac{\beta(1-\beta)}{\alpha(1-\alpha)}$$

A zajmującym jest wyraz ten mianowicie dlatego, że zawiera dwa tylko zasadnicze parametry, $\alpha$ i $\beta$, trzeciego natomiast nie zawiera. Słowami: Stosunek ilościowy obu wpływów jest niezależny od ścisłości związku a określony jedynie wartością obu bezwzględnych prawdopodobieństw. Jeżeli mianowicie nazwiemy iloczyn z szansy bytu i szansy niebytu pewnego zjawiska probabilną jego „obojętnością", to możemy sformułować prawo wpływów krótko słowami: „Im obojętniejsze (= mniej określone bytowo) jakieś zjawisko, tem mniejszy wpływ jego bytowej wartości na wartość innych zjawisk". I odwrotnie: Dodatnia lub ujemna pewność jest odporną wobec wszelkich wpływów. W wypadku tym odnosimy, co prawda, takie wrażenie, jakobyśmy mieli przed sobą, wbrew prawu wzajemności (§ 23), wpływ jednostronny; jeno że ten ostatni nie może nigdy na zewnątrz się ujawnić, skoro argument, jako absolutnie pewny, nie zmienia nigdy skrajnej swej wartości.

W geometrycznym obrazie prawo wpływów tem się ujawnia, że nachylenia obu torów, niezależnie od wartości $\varepsilon$, w pewnym stałym do siebie stoją stosunku. Jeżelibyśmy, mając dane absolutne prawdopodobieństwa $\alpha$ i $\beta$, zmieniali powoli wartość $\varepsilon$, to oba tory, przechodząc stale przez punkt neutralny, obracałyby się około niego, podobnie jak wskazówki zegara, w ścisłej od siebie zależności ale z różną chyżością, w tym wypadku na-

wet w kierunku przeciwnym, przyczem stosunek chyżości obrotowych (nie po łuku mierzonych ale po stycznej) byłby stale jednaki.

### § 26. *Prawo kontrapozycji.*

Z tej to wzajemnej zależności obu nachyleń wynika z matematyczną koniecznością prawo kontrapozycji ujawniające się w geometrycznym obrazie tem, że oba tory funkcji hipotetycznej nie mogą nigdy inaczej, jak równocześnie przechodzić przez dwa przeciwległe rogi probabilnego kwadratu. Będzie to mianowicie miało miejsce zawsze, ilekroć pokrycie ε przybierze jedną z granicznych swych wartości (§ 11).

W następnym rozdziale (§ 30) powrócimy jeszcze do tej sprawy, przyczem także i nazwa „prawa kontrapozycji" znajdzie swe uzasadnienie.

### § 27. *Symetrja i antymetrja.*

Istnieją dwa specjalne wypadki, w których oba funkcjonalne tory jednakie do swych osi posiadają nachylenie. Zrównanie wyrazów M i N prowadzi nas do alternatywy:

$$\alpha = \beta$$

albo

$$\alpha - \beta = 1$$

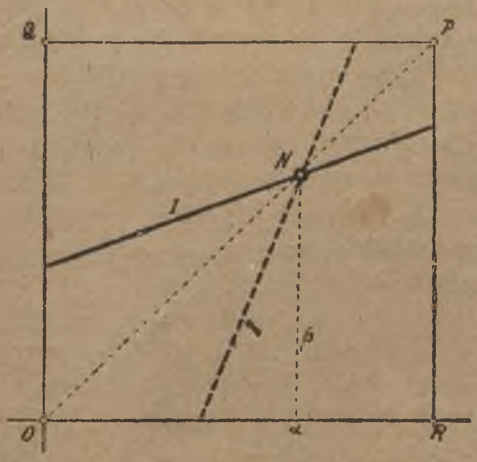



Fig. 8.

Pierwszy wypadek — nazwiemy go „symetrją" — ma miejsce (Fig. 8) jeżeli neutralny punkt leży na głównej przekątni (§ 21)




Fig. 9.

probabilnego kwadratu, drugi jeżeli leży on na przekątni poprzecznej (Fig. 9). Nazwiemy go „antymetrją".

## III. Związki klasyczne.

### § 28. *Prawo modalności.*

Całkiem osobliwe znaczenie posiadają dla nas punkty przecięcia obu funkcjonalnych torów ze ścianami probabilnego kwadratu. Są to mianowicie te wypadki, w których jedno z obu prawdopodobieństw przybrało specjalną, skrajną wartość 0 albo 1; o znaczy, że jedno z obu zależnych od siebie zjawisk istnieje. lub nie istnieje (wzgl. zaistnieć musi lub nie może).

Fig. 10 unaocznia nam te punkty przecięcia. Jest ich ośm, cztery dla toru I (1, 3, 5, 7) i cztery dla toru II (2, 4, 6, 8) Oznaczmy ich położenie:

Przecięcia linji I:

punkt 1 $\mathbf{a}_1 = 0$ $\mathbf{b}_1 = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha}$

" 3 $\mathbf{a}_3 = 1$ $\mathbf{b}_3 = \frac{\varepsilon}{\alpha}$

" 5 $\mathbf{a}_5 = - \frac{\beta - \varepsilon}{\varepsilon - \alpha\beta} \alpha$ $\mathbf{b}_5 = 0$

" 7 $\mathbf{a}_7 = \frac{\varepsilon - \alpha - \beta + 1}{\varepsilon - \alpha\beta}$ $\mathbf{b}_7 = 1$

Przecięcia linji II:

punkt 2 $b_2 = 0$ $a_2 = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta}$

" 4 $b_4 = 1$ $a_4 = \frac{\varepsilon}{\beta}$

" 6 $b_6 = - \frac{\alpha - \varepsilon}{\varepsilon - \alpha\beta}\beta$ $a_6 = 0$

" 8 $b_8 = \frac{\varepsilon - \alpha - \beta + 1}{\varepsilon - \alpha\beta}$ $a_8 = 1$

Rzut oka na wzory te i geometryczny ich obraz poucza nas, że cztery z określonych właśnie punktów przecięcia (a mianowicie punkty 5, 6, 7 i 8) leżą poza granicami probabilnego kwadratu a zatem w dziedzinie urojeń [1]). Są to mianowicie te wypadki, w których argument posiada pośrednią jakąś, ułam-

[1]) Weźmy pierwszą z wymienionych wartości:

$$a_5 = - \frac{\beta - \varepsilon}{\varepsilon - \alpha\beta}\alpha$$

Licznik ułamka tego jest zawsze dodatni (§ 11), mianownik może być tak ujemny jak i dodatni. W pierwszym wypadku $a_5 < 0$, w drugim $a_5 > 1$, albowiem w ułamku $\frac{\alpha\beta - \alpha\varepsilon}{\alpha\beta - \varepsilon}$ licznik jest z konieczności większy od mianownika. Jeżeli wreszcie $\varepsilon - \alpha\beta = 0$, to $a_5 = \pm \infty$. Wszystkie trzy możliwości zatem dają w rezultacie urojone wartości prawdopodobieństwa.

Podobne rozumowanie stosuje się do wartości:

$$a_7 = \frac{\varepsilon - \alpha - \beta + 1}{\varepsilon - \alpha\beta}\alpha$$

I tutaj licznik musi być dodatni (§ 11), mianownik może przybierać oba znaki. Jeśli $\varepsilon - \alpha\beta < 0$, to $a_7 < 0$; jeżeli $\varepsilon - \alpha\beta = 0$, to $a_7 = \pm \infty$; jeżeli wreszcie $\varepsilon - \alpha\beta > 0$, to wystarczy uprzytomnić sobie, że $\varepsilon < \alpha$ i podstawić wskutek tego: $\varepsilon = \alpha - \delta^2$, (gdzie $\delta^2$ oznacza dowolną, dodatnią wartość), aby otrzymać ułamek o liczniku widocznie większym od mianownika: $a_7 = \frac{\alpha - \alpha\beta - \alpha\delta^2}{\alpha - \alpha\beta - \delta^2}$, co daje urojoną wartość prawdopodobieństwa. W całkiem analogiczny sposób możemy udowodnić nie-rzetelność wartości $b_6$ i $b_8$.

Rzecz zresztą oczywista. Dwie proste linje przecinające kwadrat nie mogą wręcz ze ścianami tegoż mieć więcej punktów przecięcia jak cztery.

kową wartość, funkcja natomiast skrajną wartość 0 albo 1. Wynik ciekawy tem, że uprawnia nas do bardzo ogólnego twierdzenia. *Prawdopodobieństwo nie może nigdy służyć za podstawę pewności, która*, jak wnet zobaczymy, *z pewności tylko wywieść się daje*. Prawdę tę nazwiemy „*ogólnem prawem modalności*".

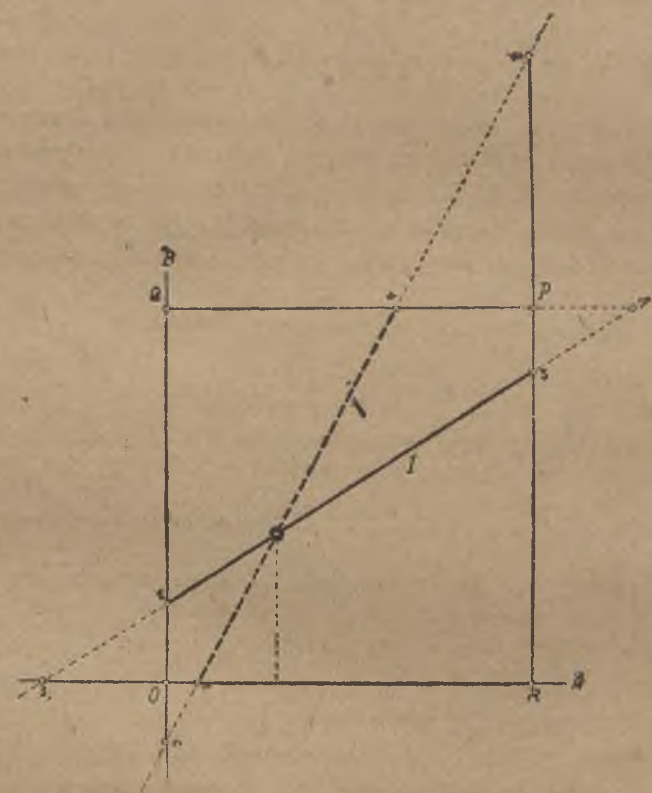


Fig. 10.

Pozostają tedy cztery rzetelne punkty przecięcia:

| | | |
|---|---|---|
| punkt 1 | $a_1 = 0$ | $\mathbf{b}_1 = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha}$ |
| „ 3 | $a_3 = 1$ | $\mathbf{b}_3 = \frac{\varepsilon}{\alpha}$ |
| „ 2 | $b_2 = 0$ | $\mathbf{a}_2 = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta}$ |
| „ 4 | $b_4 = 1$ | $\mathbf{a}_4 = \frac{\varepsilon}{\beta}$ |

### *§ 29. Klasyczne wypadki związku.*

Klasyczna nasza logika nie zajmuje się „prawdopodobieństwami” wcale. Z pomiędzy niezliczonych, wogóle możliwych związków te tylko uważane są za „logiczne”, w których jedna pewność określa drugą. Zachodzi tędy pytanie, czy i w jakich warunkach jest to możliwem? Równania nasze i geometryczny ich obraz dają nam całkiem jasną w tym kierunku odpowiedź.

„Pewność A określa pewność B” — to znaczy, że o b i e współrzędne naraz przybrały skrajne wartości 0 albo 1, szukany punkt zatem leży w jednym z rogów probabilnego kwadratu, przez który to róg jeden z funkcjonalnych torów w tym wypadku przechodzi. A ponieważ z drugiej strony ten sam tor przechodzi także i przez neutralny, współrzędnemi $\alpha$ i $\beta$ określony punkt N, więc „klasyczność” związku, możliwość wypadku pewność — pewność zależy już tylko od n a c h y l e n i a toru, od w y b o r u w a r t o ś c i $\varepsilon$.

Wypadków takich jest ośm, po cztery dla każdego toru. Określają one ośm klasycznych wartości $\varepsilon$. A mianowicie:

Jeśli ma być $\mathbf{b}_1 = 0$, to musi być $\varepsilon = \beta$
„ „ „ $\mathbf{b}_1 = 1$ „ „ „ $\varepsilon = \alpha + \beta - 1$
„ „ „ $\mathbf{b}_3 = 0$ „ „ „ $\varepsilon = 0$
„ „ „ $\mathbf{b}_3 = 1$ „ „ „ $\varepsilon = \alpha$
„ „ „ $\mathbf{a}_2 = 0$ „ „ „ $\varepsilon = \alpha$
„ „ „ $\mathbf{a}_2 = 1$ „ „ „ $\varepsilon = \alpha + \beta - 1$
„ „ „ $\mathbf{a}_4 = 0$ „ „ „ $\varepsilon = 0$
„ „ „ $\mathbf{a}_4 = 1$ „ „ „ $\varepsilon = \beta$

Rzut oka na powyższe zestawienie poucza nas, że z pomiędzy ośmiu wartości $\varepsilon$, które czynią zadość postulatowi klasyczności, jest t y l k o c z t e r y różnych, po dwa razy się powtarzających. Są to właśnie owe cztery wartości $\varepsilon$, które dla rzetelnych hipotetycznych związków uznaliśmy za g r a n i c z n e, (§ 11) a mianowicie, powtarzam raz jeszcze:

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\varepsilon = \beta$$
$$\varepsilon = 0$$
$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

One to stanowią logometryczne kryterja dla czterech „k l a s y c z n y c h z w i ą z k ó w”, któremi są:

w y m a g a n i e (*implicatio*)
w a r u n k o w a n i e (*conditio*)

w y k l u c z a n i e (*exclusio*)
z a s t ę p o w a n i e (*substitutio*).

Pierwsze dwa związki są d o d a t n i e g o typu ($\zeta > 0$), dwa drugie typu u j e m n e g o ($\zeta < 0$).

### § 30. *Prawo kontrapozycji.*

Zanim pójdziemy dalej, sprobujmy uprzytomnić sobie całkiem jasno, dlaczego preliminowana pierwotnie na ośm liczba klasycznych wartości pokrycia $\varepsilon$ skurczyła się, musiała poprostu skurczyć się do czterech. Przypominam w tym celu stwierdzony już w poprzednim rozdziale (§ 26) fakt, że zmiana wartości $\varepsilon$ wywołuje obrót torów około neutralnego punktu N, przyczem z a w s z e o b a t o r y r ó w n o c z e ś n i e p r z e c h o d z ą p r z e z d w a p r z e c i w l e g ł e r o g i p r o b a b i l n e g o k w a d r a t u. Tłumacząc obecnie na logiczne znaczenie geometryczną ową prawdę, możemy powiedzieć: W z w i ą z k u h i p o t e t y c z n y m w y p a d k i p o d w ó j n e j p e w n o ś c i w y s t ę p u j ą z a w s z e t y l k o p a r a m i. J e ż e l i j e d n a j a k a ś (d o d a t n i a c z y u j e m n a) p e w n o ś ć o k r e ś l a d r u g ą, t o p r z e c i w i e ń s t w o t e j d r u g i e j o k r e ś l a p r z e c i w i e ń s t w o p i e r w s z e j. Prawo to, ważne dla wszystkich klasycznych związków, ale też dla nich jedynie, stanowi szeroką podstawę dla t. zw. wniosków *a contrario*. Zowiemy je „p r a w e m p r z e c i w i e ń s t w a" czyli „k o n t r a p o z y c j i".

A teraz przejdźmy po kolei cztery ustalone przed chwilą wypadki klasycznego związku i dalsze ich kombinacje.

### § 31. *Wymaganie.*

Związek w y m a g a n i a czyli i m p l i k a c j i ma miejsce, jeśli

$$\varepsilon = \alpha$$

w którym to wypadku ogólne nasze dwu-równanie przybiera specjalną formę:

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 - \alpha}\, \mathrm{a}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha}{\beta}\, \mathrm{b}$$

Jeżeli pewna funkcja dana nam została parametrami K L M N, to sprawdzianem algebraicznym wymagania jest:

$$K + M = 1$$
$$L = 0$$

Geometryczny obraz funkcji widzimy w Fig. 11. Tor I przechodzi przez róg P, tor II przez przeciwległy róg O; neutralny punkt leży powyżej głównej przekątni O P ($\beta > \alpha$). Klasyczne punkty przecięcia określone są współrzędnemi:

$$a_1 = 0 \qquad \mathbf{b}_1 = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha}$$

$$a_3 = 1 \qquad \mathbf{b}_3 = 1$$

$$b_2 = 0 \qquad \mathbf{a}_2 = 0$$

$$b_4 = 1 \qquad \mathbf{a}_4 = \frac{\alpha}{\beta}$$

co tłumacząc na logiczne znaczenie, otrzymujemy znane cztery koordynacje:

Jeśli niema A, może być B
„ jest A, musi być B
„ niema B, nie może być A
„ jest B, może być A.

Jak widzimy, klasyczna logika, odrzekłszy się zasadniczo wszelkich ilościowych określeń, nie może określić dwu pośrednich, między 0 a 1 leżących, wartości bytowych $\mathbf{b}_1$ i $\mathbf{a}_4$ inaczej, jak ogólnikowem, dla wszystkich pośrednich wartości wspólnem pojęciem „możliwości" wzgl. „niektórości". I dlatego też wszystkie implikacje są dla niej jednakie, czem dla logometrji, jak widzimy, nie są.

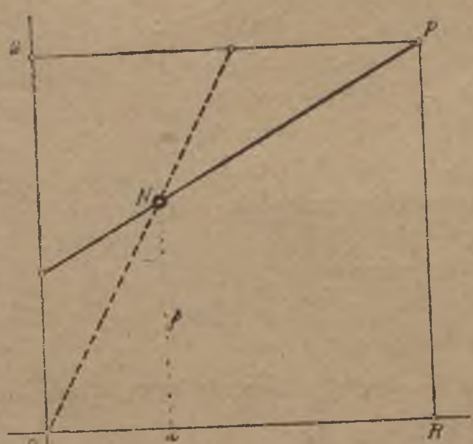



Fig. 11.

Ścisłość związku, dla rozmaitych wymagań rozmaita, wyraża się tu wzorem:

$$\zeta = + \sqrt{\frac{\alpha\,(1 - \beta)}{\beta\,(1 - \alpha)}}$$

### *§ 32. Warunkowanie.*

Cechą związku warunkowania (*conditionis*) jest relacja:

$$\varepsilon = \beta$$

Hipotetyczne dwu-równanie przybiera wtedy kształt:

$$\mathbf{b} = \frac{\beta}{\alpha}\,a$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta} + \frac{1 - \alpha}{1 - \beta}\,b$$

Analityczny sprawdzian:

$$K = 0$$

$$L + N = 1$$

Tor I (Fig. 12) przechodzi przez róg O, tor II przez róg P. Neutralny punkt leży poniżej głównej przekątni O P ($\beta < \alpha$).

Klasyczne punkty przecięcia są:

$$a_1 = 0 \qquad \mathbf{b}_1 = 0$$

$$a_3 = 1 \qquad \mathbf{b}_3 = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$b_2 = 0 \qquad \mathbf{a}_2 = \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta}$$

$$b_4 = 1 \qquad \mathbf{a}_4 = 1$$

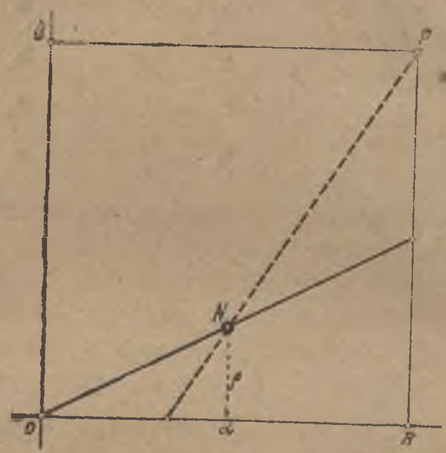



Fig. 12.

co odpowiada znanym klasycznym ewentualnościom:

| | | |
|---|---|---|
| Jeśli niema | A, nie | może być B |
| „ jest | A, | może być B |
| „ niema | B, | może być A |
| „ jest | B, | musi być A. |

Ścisłość związku warunkowego mierzy się wzorem:

$$\zeta = +\sqrt{\frac{\beta\,(1 - \alpha)}{\alpha\,(1 - \beta)}}$$

## *§ 33. Wykluczanie.*

Związek wykluczania (*exclusio*) powstaje przy wartości:

$$\varepsilon = 0$$

Równanie ekskluzji opiewa:

$$\mathbf{b} = \frac{\beta}{1 - \alpha} - \frac{\beta}{1 - \alpha}\,a$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha}{1 - \beta} - \frac{\alpha}{1 - \beta}\,b$$

Analityczny sprawdzian:

$$M = \quad - K$$

$$N = \quad - L$$

Tor I (Fig. 13) przechodzi przez róg R, tor II przez róg Q, neutralny punkt leży poniżej poprzecznej przekątni Q R ($\alpha + \beta < 1$).

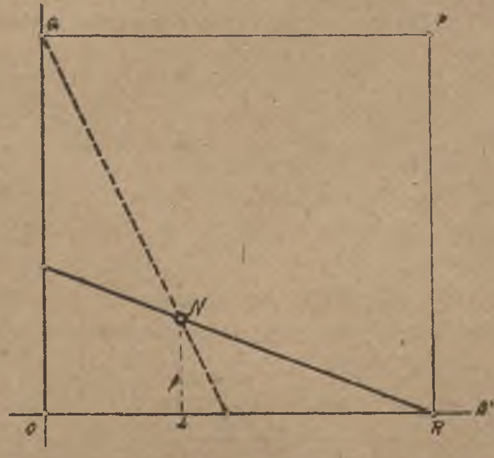


Fig. 13.

Klasyczne punkty przecięcia:

$\mathrm{a}_1 = 0 \quad \mathbf{b}_1 = \frac{\beta}{1-\alpha}$

$\mathrm{a}_3 = 1 \quad \mathbf{b}_3 = 0$

$\mathrm{b}_2 = 0 \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\alpha}{1-\beta}$

$\mathrm{b}_4 = 1 \quad \mathbf{a}_4 = 0$

Słowami:

Jeśli niema A, może być B
„ jest A, nie może być B
„ niema B, może być A
„ jest B, nie może być A

Ścisłość związku:

$$\zeta = -\sqrt{\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}}$$

## § 34. *Zastępowanie.*

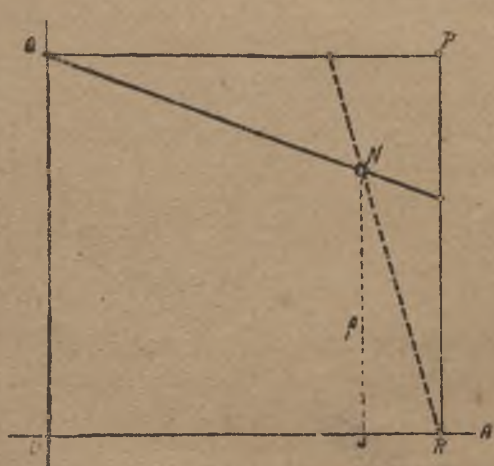


Fig. 14.

Czwarty wreszcie wypadek związku klasycznego, zastępowanie (*substitutio*, *minimalitas*), ma miejsce, gdy

$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

Zjawiska są tu w ten sposób ze sobą związane, że nigdy obu naraz brakować nie może, że co najmniej jedno z nich istnieć musi. Stąd drugie miano: „minimalności”.

Hipotetyczne dwurównanie opiewa:

$$\mathbf{b} = 1 - \frac{1-\beta}{\alpha}\,a$$

$$\mathbf{a} = 1 - \frac{1-\alpha}{\beta}\,b$$

Analityczna charakterystyka:

$$K = 1$$
$$L = 1$$

Tor I (Fig. 14) przechodzi przez róg Q, tor II przez róg R. Neutralny punkt leży powyżej poprzecznej przekątni Q R ($\alpha + \beta < 1$).

Klasyczne koordynacje:

$$a_1 = 0 \qquad \mathbf{b}_1 = 1$$
$$a_3 = 1 \qquad \mathbf{b}_3 = \frac{\alpha+\beta-1}{\alpha}$$
$$b_2 = 0 \qquad \mathbf{a}_2 = 1$$
$$b_4 = 1 \qquad \mathbf{a}_4 = \frac{\alpha+\beta-1}{\beta}$$

Słowami:

Jeśli niema A, musi być B
„ jest A, może być B
„ niema B, musi być A
„ jest B, może być A.

Ścisłość związku:

$$\zeta = -\sqrt{\frac{(1-\alpha)\,(1-\beta)}{\alpha\,\beta}}$$

## § 35. *Konwersje.*

Przypatrzmyż się raz jeszcze czterem zasadniczym odmianom klasycznego związku, dla których też cztery, (poczęści nowe) [1]) ideograficzne wprowadzimy znaki: $< \; > \; \vee \; \wedge$

„A wymaga B" pisać będziemy symbolicznie: $A < B$
„A warunkuje B" „ „ „ $A > B$
„A wyklucza B" „ „ „ $A \vee B$
„A zastępuje B" „ „ „ $A \wedge B$

Wszystkie te cztery związki uważać musimy za r ó w n o r z ę d n e. Każdy z nich może dowolnie zamieniony zostać na każdy z pozostałych. Oto

---

[1]) Znane i używane w logistyce dzisiejszej są znaki implikacji $<$ i substytucji $\vee$; ten ostatni u Russell'a. Warunkowanie i wykluczanie nie posiadają dotąd własnych znaków.

Tabelka konwersji[1]):

| | | *Wymaganie* | *Warunkowanie* | *Wykluczanie* | *Zastępowanie* |
|---|---|---|---|---|---|
| może być wyrażone w formie | *wymagania*: | A < B | A′ < B′ | A < B′ | A′ < B |
| | *warunkowania*: | A′ > B′ | A > B | A′ > B | A > B′ |
| | *wykluczania*: | A ⋀ B′ | A′ ⋀ B | A ⋀ B | A′ ⋀ B′ |
| | *zastępowania*: | A′ ⋁ B | A ⋁ B′ | A′ ⋁ B′ | A ⋁ B |

Kluczem wszystkich tych konwersyj jest jak widzimy, negacja. Wystarczy w tym celu podstawić pod pojęcie A albo B albo oba podwójne ich zaprzeczenie (względnie pod probabilne ich wartości suplementarną wartość prawdopodobieństw przeciwnych) aby równanie jednego klasycznego związku przybrało kształt drugiego. Opieram się pokusie przeprowadzenia takiego dowodu na wszystkie powyższe konwersje, co dałoby wzorom naszym sposobność do zwycięskiego przetrwania dwunastu nowych prób ważności. Zadowolimy się jednym tylko na oślep wybranym przykładem np. zamianą implikacji na ekskluzję. Mając dany sobie wzór (§ 31):

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 - \alpha}\,\mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\beta}{\alpha}\,\mathbf{b}$$

podstawiamy:

$$\mathbf{b} = 1 - \mathbf{b}'$$

$$\beta = 1 - \beta'$$

i otrzymujemy:

$$\mathbf{b}' = \frac{\beta'}{1 - \alpha} - \frac{\beta'}{1 - \alpha}\,\mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha}{1 - \beta'} - \frac{\alpha}{1 - \beta'}\,\mathbf{b}'$$

a więc dwu-równanie wykazujące typową budowę ekskluzji § 33) z tą jedynie różnicą, że w tym wypadku wykluczają się nawzajem nie zjawiska A i B, ale A i nie — B.

Ta właśnie możność i łatwość konwersji tłomaczy nam, dlaczego mowa nasza może obchodzić się jednym jedynym niemal (hipotetycznym) łącznikiem: „jeśli — to“, choć myśl nasza i potrzeba porozumienia wszystkie cztery klasyczne obejmu-

---

[1]) Kreski dołączone do znaków oznaczają tu i w dalszym ciągu negację, przeciwieństwo zjawiska. Znak „A′" znaczy: „non — A".

je związki. Gramatyczna ta jednostronność pociągnęła za sobą myślową. Idąc tropem słowa, zbyt skłonni jesteśmy utożsamiać związek implikacyjny z hipotetycznym wogóle. Zasadniczym „stosunkiem (*la relation fondamentale*), powiada Couturat, w jakim „stać do siebie mogą dwa sądy, jest implikacja". Że tak nie jest, że każdy ze związków klasycznych, gdyby tylko posiadał swoisty gramatyczny wyraz, mógłby równie dobrze być uważany za „zasadniczy", o tem świadczy rozjemcza (dysjunktywna, łącznikiem „lub" spięta) forma zdania, za pomocą której możemy przebrać w szatę substytucji wszystkie trzy pozostałe relacje. (Ob. najniższy szereg konwersyjnej naszej tabelki.) Warunkowanie i wykluczanie nie posiadają niestety własnego gramatycznego wyrazu,

Że jednak upośledzenie to pozbawione jest wszelkiej głębszej racji i musi być uważane za dzieło przypadku (*„grammatischer Laune"* jak powiedziałby Marty), o tem najwymowniej świadczy logika algebraiczna, sprowadzająca wszystkie dostępne jej związki do wspólnego wzoru „inkonsystencji" — t. j. ekskluzji.

### § 36. *Związki wzajemne i odwrotne.*

Rzut oka na równanie i obraz ekskluzji (§ 33) poucza nas, że wykluczanie jest stosunkiem wzajemnym. „A wyklucza B" znaczy to samo, co „B wyklucza A". Symbolicznie:

$$(A \wedge B) = (B \wedge A)$$

To samo odnosi się do związku substytucji (§ 34). „A zastępuje B" i „B zastępuje A" — to jedno i to samo. W symbolach:

$$(A \vee B) = (B \vee A)$$

Natomiast dodatnie relacje wymagania i warunkowania stoją do siebie w stosunku innym zgoła, który nazwiemy odwrotnym. Sąd: „A wymaga B" jest równoznaczny z sądem: „B warunkuje A". W symbolach:

$$(A < B) = (B > A)$$

Przypomina się tu żywo matematyczna nierówność, której człony mieniając, musimy równocześnie obrócić znak nierówności [1]).

[1]) Wprowadzone przeze mnie cztery symbole klasycznych relacyj dostosowane są też i zewnętrznie do powyższych postulatów; znaki ujemnych związków są symetryczne, znaki dodatnich—jednostronne.

### *§ 37. Związki złożone.*

Jeżeli powiedziałem powyżej, że istnieją cztery i tylko cztery związki klasyczne, to nie wyklucza to bynajmniej dalszych jeszcze form tego typu, które wszakże powstają jako specjalne wypadki, przez kombinację t. j. równoczesne istnienie dwóch albo kilku związków zasadniczych. Wyraża się to analitycznie żądaniem, aby równanie funkcjonalne dwom albo kilku naraz kryterjom czyniło zadość.

### *§ 38. Związki podwójne.*

Z czterech elementów zasadniczych możemy, jak wiadomo, utworzyć sześć podwójnych kombinacyj, między któremi wszakże dwa różne bardzo możliwe są typy. Mam tu na oku z jednej strony te wypadki, w których oba wchodzące w skład połączenia związki równego, dodatniego lub ujemnego są znaku (§ 10), z drugiej strony te, w których znak jest odmienny. Doniosłość tej różnicy z następującego wynika rozważania.

Oba łączące się związki dotyczą jednej i tej samej pary zjawisk, A i B, wskutek czego określony współrzędnemi $\alpha$ i $\beta$ neutralny punkt wspólny jest wszystkim torom w skład danej funkcji wchodzącym. Idzie o to, czy możliwą jest rzeczą wybrać wartość trzeciego parametru $\varepsilon$ (od którego, jak wiemy, nachylenie torów zależy) tak, aby poszukiwana funkcja obu naraz odpowiadała wymaganiom. Przy związkach równego znaku jest to możliwem; możemy mianowicie wybrać taką wartość $\varepsilon$, żeby oba nachylenia jednaką przybrały wartość. Przy związkach różnego znaku jest to niemożliwem. Nachylenie prostej nie może być równocześnie dodatniem i ujemnem, chyba tam, gdzie oba pęki kierunków ze sobą się stykają, w granicznym wypadku nachylenia $= 0$. Jest to, jak wiemy (§ 10) symptom niezależności, co sprzeciwia się założeniu. Rozwiązanie leży poprostu w tem, że rezygnując z funkcjonalnej linji, musimy zadowolić się jednym punktem t. j. jednem bezwzględnem bytowem określeniem. Punktem tym będzie z natury rzeczy wspólny wszystkim torom neutralny punkt N, którego położenie charakteryzuje dany związek.

Do tego samego naturalnie wyniku dochodzimy analityczną drogą przyjmując ważność dwóch równocześnie założeń.

Przejdźmyż po kolei najpierw dwa wypadki pierwszego typu a następnie cztery wypadki drugiego.

### *§ 39. Łączność (conjunctio).*

Jeżeli zjawisko A wymaga a równocześnie warunkuje zjawisko B, mamy przed sobą podwójny związek łączności (nierozłączności, konjunkcji). Symbolicznym jego wyrazem będzie u nas znak: $><$.

$$(A >< B) = (A < B)\ (A > B)$$

Analitycznym warunkiem łączności jest spełnienie obu naraz postulatów (§§ 31, 32):

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\varepsilon = \beta$$

względnie czterech naraz kryterjów:

$$K + N = 1$$
$$L = 0$$
$$K = 0$$
$$L + M = 1$$

Ogólne hipotetyczne dwurównanie:

$$\mathbf{a} = b$$
$$\mathbf{b} = a$$

zlewa się wtedy w jedno zwykłe algebraiczne równanie

$$\mathbf{a} = \mathbf{b}$$

w którem każda z obu zmiennych może być dowolnie braną za argument lub za funkcję. Oba tory zlewają się wtedy w jeden wspólny tor biegnący wzdłuż głównej przekątni probabilnego kwadratu, o którym to wypadku powyżej już (§ 21 Fig 6) była mowa.

Cztery klasyczne punkty przecięcia (przynależności) będą wtedy:

$$a_1 = 0 \qquad \mathbf{b}_1 = 0$$
$$a_3 = 1 \qquad \mathbf{b}_3 = 1$$
$$b_2 = 0 \qquad \mathbf{a}_2 = 0$$
$$b_4 = 1 \qquad \mathbf{a}_4 = 1$$

Słowami:

Jeśli niema A, nie może być B
„ jest A, musi być B
„ niema B, nie może być A
„ jest B, musi być A

Ścisłość związku łączności wyraża się skrajną wartością:

$$\zeta = +1$$

### *§ 40. Rozłączność (disjunctio, obversio).*

Połączenie obu ujemnych związków w y k l u c z a n i a i z a s t ę p o w a n i a daje dwu-związek „r o z ł ą c z n o ś c i“ także „d y s j u n k c j ą”, „o b w e r s j ą”, „a l t e r n a t y w ą” zwanej. Symbolicznym dwu-związku tego wyrazem będzie u nas znak: $\times$

$$(A \times B) = (A \vee B)(A \wedge B)$$

Analityczne znamiona (§§ 33, 34):

$$\varepsilon = 0$$

$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

albo:

$$M = -K$$
$$N = -L$$
$$K = 1$$
$$L = 1$$

które przyjmując otrzymujemy specjalne dwurównanie:

$$\mathbf{b} = 1 - a$$
$$\mathbf{a} = 1 - b$$

Tożsamość obu relacyj pozwala nam ściągnąć je w jedno zwykłe, algebraiczne równanie:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = 1$$

Geometryczny obraz dwutoru tego widzieliśmy już poprzednio (§ 21 Fig. 7).

Cztery klasyczne przynależności są:

| | |
|---|---|
| $a_1 = 0$ | $\mathbf{b}_1 = 1$ |
| $a_2 = 1$ | $\mathbf{b}_2 = 0$ |
| $b_2 = 0$ | $\mathbf{a}_2 = 1$ |
| $b_4 = 1$ | $\mathbf{a}_4 = 0$ |

Słowami:

Jeśli jest A, nie może być B
„ niema A, musi być B
„ jest B, nie może być A
„ niema B, musi być A

Ścisłość związku mierzy się wyrazem:

$$\zeta = -1$$

### *§ 41. Dalsze cztery dwu-związki.*

Przejdźmyż teraz po kolei dalsze cztery dodatnio-ujemne dwu-związki, przy których, właśnie wskutek przeciwnego zna-

ku (§ 38), zamiast linji funkcjonalnej jeden tylko (neutralny) występuje punkt, jedno samoistne bytowe określenie.

1. (A ⩕ B) = (A < B) (A ∧ B)
A wymaga B i wyklucza je równocześnie.

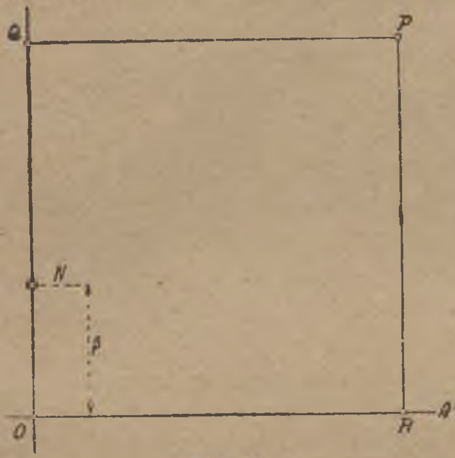



Fig. 15.

Odpowiada to podwójnemu postulatowi:

$\varepsilon = \alpha$
$\varepsilon = 0$

Podstawiając wartości te w ogólną hipotetyczną funkcję otrzymujemy:

**b** $= \beta$
**a** $= 0$

To są współrzędne neutralnego punktu, który w danym wypadku leży (Fig. 15) na osi 0 B w odległości $\beta$ od 0. Słowami: „Zjawisko A jest niemożliwe, zjawisko B posiada normalny swój (absolutny) stopień prawdopodobieństwa.

2. (A ⩖ B) = (A > B) (A ∧ B) ,
A warunkuje B i wyklucza je równocześnie.

Postulat:

$\varepsilon = \beta$
$\varepsilon = 0$

prowadzi do wyniku:

**b** $= 0$
**a** $= \alpha$

Jedyny punkt, który wymaganiu temu zadość czyni, jest punkt neutralny, leżący w tym wypadku na osi 0 A w odległości $\alpha$ od 0 (Fig. 16).

Słowami: Zjawisko B jest niemożliwe, zjawisko A posiada normalny stopień prawdopodobieństwa.

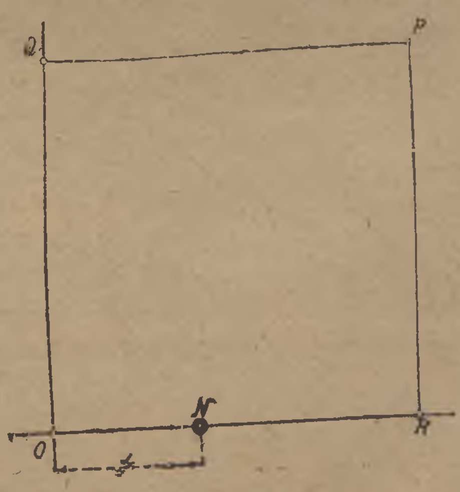



Fig. 16.

3. $(A \mathrel{\vee\!\!\!<} B) = (A < B)\ (A \vee B)$

A wymaga B i zastępuje je równocześnie.

Logometryczne kryterjum:

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

Podstawiając specjalne te wartości w ogólne hipotetyczne dwu-równanie otrzymujemy:

$$\mathbf{b} = 1$$
$$\mathbf{a} = \alpha$$

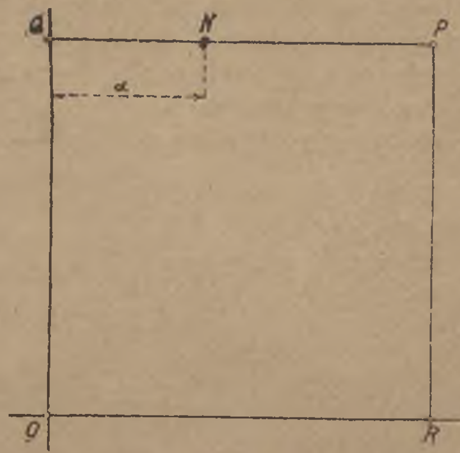


Fig. 17.

Neutralny punkt (Fig. 17) leży na ścianie Q P probabilnego kwadratu w odległości $\alpha$ od Q. Zjawisko B jest konieczne, zjawisko A posiada normalny stopień prawdopodobieństwa.

4. $(A \mathrel{\vee\!\!\!>} B) = (A > B)\ (A \vee B)$

A warunkuje B i zastępuje je równocześnie.

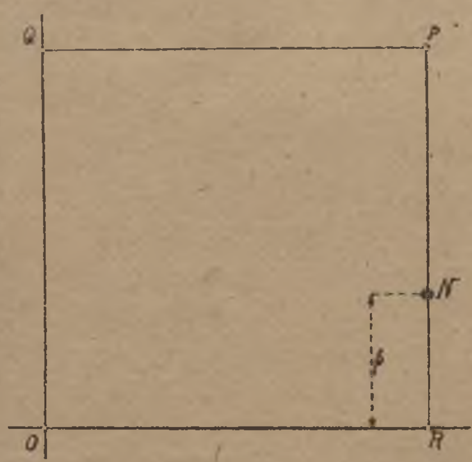


Fig. 18.

Postulat:

$$\varepsilon = \beta$$
$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

prowadzi do wyniku:

$$\mathbf{b} = \beta$$
$$\mathbf{a} = 1$$

Punkt (Fig. 18) leży na ścianie P R w odległości $\beta$ od R. Zjawisko A jest konieczne, zjawisko B posiada normalny stopień prawdopodobieństwa.

### *§ 42. Związki potrójne.*

Z czterech elementów możemy utworzyć $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$

trójczłonowe kombinacje. Taką jest zatem liczba potrójnych klasycznych związków. Ponieważ nie mamy trzech związków jednego znaku, linja funkcjonalna kurczy się i tu do wymiarów jednego (neutralnego) punktu, który wszakże leżeć teraz musi w jednym z czterech rogów probabilnego kwadratu. Odpowiada to dwom pełnym bytowym określeniom.

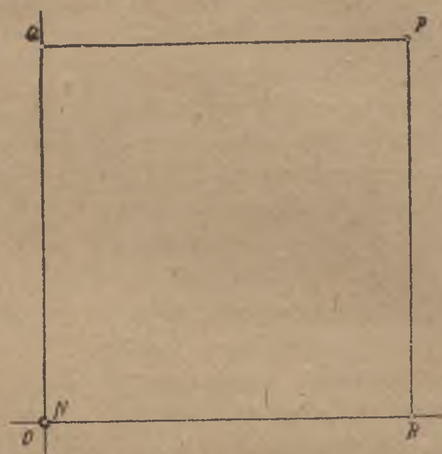


Fig. 19.

1. (A ⋌ B) = (A < B) (A > B) (A ∧ B)

A wymaga, warunkuje i wyklucza B.

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\varepsilon = \beta$$
$$\varepsilon = 0$$

z czego wynika:

$$\mathbf{b} = 0$$
$$\mathbf{a} = 0$$

A jest niemożliwe i B jest niemożliwe. Położenie neutralnego punktu przedstawia Fig. 19 Jest to jedyna możliwość czyniąca zadość wszystkim trzem postulatom.

2. (A ⋌ B) = (A < B) (A > B) (A ∨ B)

A wymaga, warunkuje i zastępuje B.

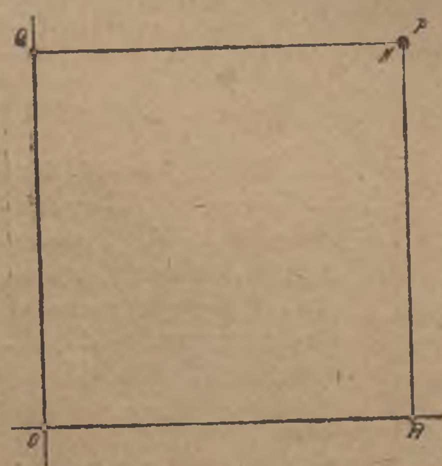


Fig. 20.

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\varepsilon = \beta$$
$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

z czego wynika:

$$\mathbf{b} = 1$$
$$\mathbf{a} = 1$$

Słowami: B jest konieczne i A jest konieczne.

W geometrycznym obrazie: Fig. 20.

Zwracam przytem uwagę, że ostatnie dwa trójzwiązki mają wprawdzie ze-

wnętrznie wiele podobieństwa do podwójnych określeń współbytu i współbraku, a jednak utożsamiane z tamtemi być nie mogą. Tam mamy przed sobą dwa nagie fakty bytu wzgl. nie-bytu i nic więcej. Tutaj dołącza się trzeci jeszcze fakt wewnętrznego między zjawiskami związku, z którego właśnie owe oba fakty bytu wzgl. nie-bytu z logiczną wynikają koniecznością.

3. $(A \times B) = (A < B)\ (A \wedge B)\ (A \vee B)$

A wymaga, wyklucza i zastępuje B.

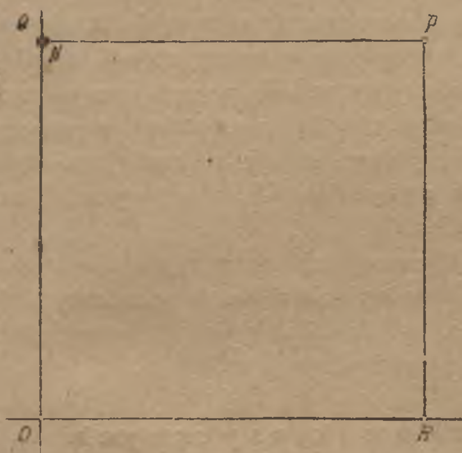


Fig. 21.

Logometryczny sprawdzian:

$\varepsilon = \alpha$
$\varepsilon = 0$
$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$

Wynika stąd:

$\mathbf{b} = 1$
$\mathbf{a} = 0$

B jest konieczne, A jest niemożliwe.

Obrazowe przedstawienie daje Fig. 21.

4. $(A \times B) = (A > B)\ (A \wedge B)\ (A \vee B)$

A warunkuje, wyklucza i zastępuje B.

Logometrycznie:

$\varepsilon = \beta$
$\varepsilon = 0$
$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$

Wynika stąd:

$\mathbf{b} = 0$
$\mathbf{a} = 1$

B jest niemożliwe, A jest konieczne.

W geometrycznym obrazie Fig. 22.

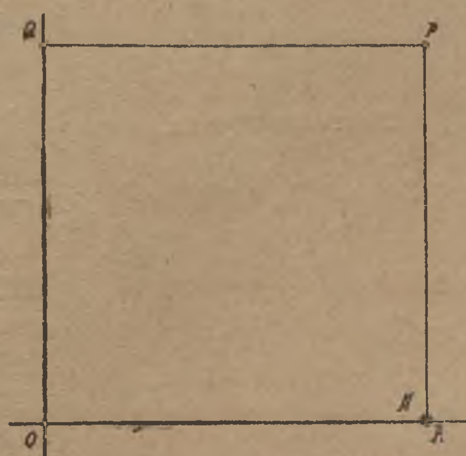


Fig. 22.

### *§ 43. Związek poczwórny.*

Związek poczwórny:

$$A \divideontimes B$$

obejmujący wszystkie cztery elementy naraz zawiera, jak łatwo się przekonać, sprzeczność wewnętrzną i nie posiada wskutek tego w obrębie realnych możliwości nic, coby mu odpowiadało.

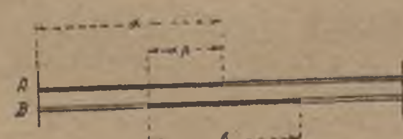
### *§ 44. Zestawienie.*

Dla jaśniejszego przeglądu zestawiam wszystkie wyliczone powyżej, klasyczne rodzaje związków w następującej tabelce. Jest ich razem 16, o ile wliczymy w ich poczet dwa skrajne wypadki t. j. wspomniany przed chwilą (niemożliwy w rzeczywistości) związek poczwórny z jednej strony z drugiej zaś relację obejmującą 0 klasycznych związków. Jest to wypadek zupełnej niezależności obu zjawisk.

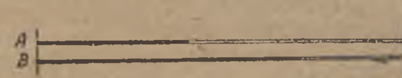
Do każdego wypadku dołączam schematyczny szkic wykazujący odnośny układ obu zakresów: zjawiska A w górnej linji, zjawiska B w dolnej. Sposób, w jaki obie pełne linje zachodzą na siebie, jest zakresowym obrazem danego związku.

## Tabelka związków klasycznych.

**Niezależność.**

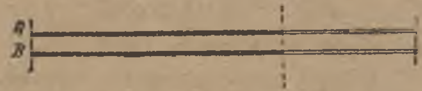
| | | |
|---|---|---|
| A B | $\varepsilon = \alpha\beta$ |  |

**Związki pojedyncze.**

| | | |
|---|---|---|
| A < B | $\varepsilon = \alpha$ |  |
| A > B | $\varepsilon = \beta$ |  |
| A ∧ B | $\varepsilon = 0$ |  |
| A ∨ B | $\varepsilon = \alpha + \beta - 1$ |  |

**Związki podwójne.**

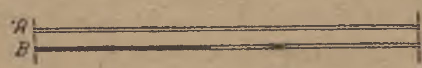
A >< B $\varepsilon = \alpha = \beta$



A ╳ B $\varepsilon = 0 = \alpha + \beta - 1$



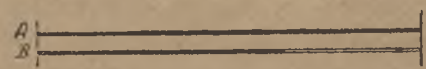
A ⋖ B $\varepsilon = \alpha = 0$



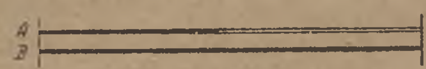
A ⋗ B $\varepsilon = \beta = 0$



A ≺ B $\varepsilon = \alpha = \alpha + \beta - 1$



A ≻ B $\varepsilon = \beta = \alpha + \beta - 1$



**Związki potrójne.**

A ⋊ B $\varepsilon = \alpha = \beta = 0$



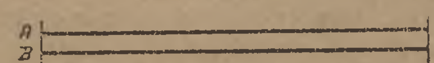
A ⋉ B $\varepsilon = \alpha = 0 = \alpha + \beta - 1$



A ⋊ B $\varepsilon = \beta = 0 = \alpha + \beta - 1$



A ⋈ B $\varepsilon = \alpha = \beta = \alpha + \beta - 1$



**Związki poczwórne.**

A ⋇ B $\varepsilon = \alpha = \beta = 0 = \alpha + \beta - 1$

## IV. Stosunki.

### *§ 45. Stosunki logiczne.*

Podzieliliśmy powyżej (§ 8) zachodzące między przedmiotami relacje na s t o s u n k i i z w i ą z k i, z których pierwsze określają zależność wzajemną dwóch t r e ś c i, drugie zależność dwóch b y t o w y c h w a r t o ś c i. Jednakość, różność,

podobieństwo, równość, większość, odległość, następstwo i t. p.— to stosunki. Powodowanie, wymaganie, warunkowanie, wykluczanie, zastępowanie, łączność — to związki.

Wśród nieprzebranej rozmaitości stosunków, jakiej dostarcza nam rzeczywistość, możemy znów odróżnić stosunki specjalne, niektórym tylko treściom właściwe (jako to: czasowe, przestrzenne, liczebne, albo: rodzinne, społeczne, kupieckie i t. p.) i stosunki ogólne, które wszystkich bez wyjątku dotyczyć mogą przedmiotów. Takim jest np. stosunek inherencji, sprzeczności, przeciwieństwa i t. p. One to właśnie, te ogólne stosunki — nazwiemy je logicznemi — były od wieków przedmiotem ogólnej („formalnej") nauki myślenia czyli „logiki", która też bardzo ważnych na ten temat nauczyła nas transpozycyj.

### *§ 46. Zakresowe ujęcie przedmiotu.*

Stało się to przeszło dwadzieścia trzy wieki temu za sprawą wielkiego Stagiryty, z którego koncepcją zbyt już oswoiliśmy się, aby oceniać należycie całą jej genjalność i przewrotowość. Przeróbka niby nieznaczna. Zamiast powiedzieć „Liść jest zielony" mówimy „Liść należy do rzeczy zielonych". Zamiast „Brutus zabił Cezara" powiadamy: „Brutus należy do (klasy, grupy, zbioru) zabójców Cezara". „Ta linja nie jest elipsą" znaczy dla nas tyle co: „Klasa elips nie obejmuje tej linji" i t. p. i t. p. Sprowadziwszy w ten sposób wszystkie, najrozmaitsze treścią swą (jakościowe, ilościowe, bytowe, relacjonalne) orzeczenia do jednego wspólnego klasyfikacyjnego wzoru, opanowuje nim klasyczna logika nieskończoną rozmaitość zjawisk, przyczem ogólne prawa sądu, dedukcji, syllogizmu naocznie niejako, topologiczne znajdują uzasadnienie. Nowoczesna logika biorąc za podstawę aksjomatyki swej i symboliki teorję klas *recte* zakresów jest dalszem jedynie rozwinięciem Arystotelesowskiego założenia. Znany stosunek odwrotności, jaki zachodzi między treścią a zakresem pojęć, umożliwia taką generalną konwersję ogólno-treściowych stosunków na ogólno-zakresowe.

### *§ 47. Bytowe ujęcie przedmiotu.*

A teraz już tylko krok jeden do nowej i, jak śmiem twierdzić, ogólniejszej jeszcze transpozycji. Tłumacząc — jak uczyniliśmy to przy wywodzie ogólno-hipotetycznej funkcji (§ 13) — wielkość i wzajemne położenie zakresów na bytową wartość

przynależnych zjawisk, sprowadzamy wszystkie ogólne (logiczne) stosunki, jakie między treściami zjawisk zachodzić mogą, do odpowiednich wypadków bytowo-bytowej zależności.

Unaocznia nam to najlepiej tabelarne zestawienie.

### Tabelka logicznych czyli ogólnych relacyj.

| | Związki | | Stosunki | |
|---|---|---|---|---|
| | *idealne* | *materjalne* | | |
| | *hipotetyczne* | *przyczynowe* | *zakresowe* | *treściowe* |
| $<$ | implicatio | powodowanie | podpadanie | subsystencja |
| $>$ | conditio | warunkowanie | obejmowanie | inherencja |
| $\wedge$ | exclusio | przeszkadzanie | wykluczanie | negacja |
| $\vee$ | substitutio | zastępowanie | dopełnianie | komplemencja |
| $><$ | conjunctio | łączność | ekwipolencja | jednakość |
| $\times$ | disjunctio | alternatywa | obwersja | przeciwieństwo |

Zestawienie to mówi niejako samo za siebie. Każdemu z klasycznych wypadków hipotetycznej funkcji odpowiada w dziedzinie zakresowych i treściowych stosunków jakoteż w dziedzinie związków materjalnych pewna osobliwa forma zależności, którą możemy przeto uważać za specjalny wypadek klasycznego związku różniący się od tegoż istnieniem dodatkowych pewnych określeń.

## *§ 48. Inkluzja i ekskluzja.*

Ogólny implikacyjny wzór:

$$A < B$$

słowami: „jeśli jest A, jest B" może, jak wiadomo, wyrażać także stosunek podpadania (subsumcji) zakresu A pod zakres B, czyli obejmowania (inkluzji) zakresu A przez zakres B.

„Wszystkie A są B"
„Każde A jest B"
„Wszelkie (= którekolwiek) A jest B".

Oto trzy w formie swej różne w istocie zaś jednoznaczne odmiany inkluzyjnej wypowiedzi. Logistycy nowocześni określają, w ślad za Peanem, stosunek inkluzji wzorem:

$$(x \in A) < (x \in B)$$

„Jeżeli coś (= jakieś indywidum) jest A, to jest ono B". Spro-

wadzają oni w ten sposób stosunek obejmowania jednego zbioru przez drugi do trzech innych pierwotnych jakoby pojęć:

1. nieokreślonego osobnika czyli „zmiennej",
2. przynależności t. j. stosunku, w jakim stoi jednostka do obejmującego ją zbioru,
3. hipotetycznego związku implikacji.

Co do mnie, nie sądzę, aby okrężna ta droga upraszczała sprawę i aby była konieczną. Zdaniem mojem odgrywa owa „zmienna", owa „nieokreślona jednostka", w danym wypadku jedynie rolę *pełnego a jednakiego dla obu zjawisk określenia pewnego punktu w czasie i przestrzeni*. „*Gdzie i kiedy* istnieje treść A, *tam i wtedy* istnieje treść B". Postulat *wspólnego logicznego miejsca* dodany do ogólnego związku implikacji „*Jeśli* jest A, *to* jest B" przeobraża ogólną bytową relację wymagania w specjalny, zakresowy stosunek inkluzji.

Uzupełniając tedy pojęciową naszą symbolikę, moglibyśmy wyrazić dodatkowy postulat wspólności logicznego miejsca znakiem punktu umieszczonego wewnątrz relacjonalnego znaku.

$$A < B$$

znaczy „*Jeśli* jest A, *to* jest B", zaś

$$A \lessdot B$$

znaczy: „*gdzie* (*i kiedy*) jest A, *tam* (*i wtedy*) jest B".

Związkowi warunkowemu:

$$A > B$$

odpowiada w dziedzinie zakresowej stosunek *obejmowania*

$$A \gtrdot B$$

„gdzie niema A, niema B".

Dołączając do klasycznego związku

$$A \wedge B$$

słowami: „jeśli jest A, niema B", postulat wspólnego punktu, otrzymujemy *klasyczny* stosunek *wykluczania*:

$$A \dot{\wedge} B$$

słowami: „Gdzie jest A, tam niema B"

Sąd wreszcie:

$$A \dot{\vee} B$$

słowami: „Gdzie niema A, tam jest B" stwierdza istnienie zakresowego stosunku *dopełniania*. Zakresy A i B wypełniają tu całą dziedzinę możliwości.

W podobny sposób przekształca zmiana łącznika: „Jeśli — to" na „Gdzie — tam" podwójny związek łączności i rozłączności na podwójny stosunek ekwipolencji i obwersji.

### § 49. *Subsystencja. Inherencja.*

Ten sam postulat wspólnego punktu wchodzi w grę przy treściowych stosunkach subsystencji i inherencji. Cecha bowiem (*accidens*) występuje zawsze tylko na jakiejś substancji a więc w jednakiem z nią miejscu i czasie. „Śnieg jest zimny" znaczy tyle co: „Gdzie jest śnieg, tam jest zimno" wzgl. „Gdzie niema zimna, tam niema śniegu".

### § 50. *Negacja. Komplemencja.*

To samo odnosi się do orzeczeń ujemnych. „A nie jest B" znaczy: „Gdzie jest treść A, tam niema treści B" i odwrotnie. Co naturalnie nie przeszkadza, aby obie treści mogły istnieć czy-to obok siebie, czy jedna po drugiej, krótko mówiąc: w rozmaitych logicznych punktach.

Stosunkowi treściowemu negacji przeciwstawia się symetrycznie inny takiż stosunek, który w braku swoistego słowa, nazwę komplemencją. „Nie-A jest B" znaczy tyle co: „Gdzie niema A, tam jest B". Peano określiłby stosunek ten okresem hipotetycznym: „Jeśli X nie jest A, to X jest B".

### § 51. *Jednakość. Przeciwieństwo.*

Dwie treści połączone ze sobą podwójnie stosunkiem subsystencji i inherencji zowiemy identycznemi wzgl. stosunek ich jednakością. „Gdzie jest A, tam jest B, gdzie niema A, tam niema B".

Jednocząc w podobny sposób stosunki negacji i komplemencji, otrzymujemy podwójny stosunek przeciwieństwa. „Gdzie jest A, tam niema B, gdzie niema A, tam jest B". W predykatywnej szacie: „A nie jest B, nie-A jest B".

### § 52. *Przyczynowość.*

Co się tyczy związków przyczynowych, to różnią się one od hipotetycznej, bytowo-bytowej zależności dwoma dodatkowemi postulatami, a mianowicie:

1. Obie uzależnione od siebie treści są tu (w przeciwieństwie do stosunku inherencji) odrębnemi całkiem zjawiskami występującemi niemal zawsze w różnych logicznych punktach.

2. Pośredniczy między niemi trzeci, realny byt „działaniem" zwany, który, wychodząc od argumentu (pospolicie „przyczyną" zwanego) określa dodatnio lub ujemnie wartość bytową „skutku".

Działanie, jak każda realna sprawa, rozwija się w czasie. Nie znamy w obrębie materjalnego świata zmian momentalnych. Wynika stąd w koniecznem następstwie, że przyczyna poprzedza zawsze skutek, a skutek następuje po przyczynie. Stąd obowiązkowa różność logicznego punktu, stąd też nazwa „następstwa" (*antecedens* — *consequens*) przeniesiona z pierwotnej, dziedziny przyczynowego poznania w dziedzinę hipotetycznej, bytowo-bytowej zależności, jakkolwiek ta nie przesądza zgoła czasowego stosunku zjawisk. Nie ulega bowiem wątpliwości, że hipotetyczne nasze pojęcia powstały wtórnie z przyczynowych, przez usunięcie (oderwanie) z pierwotnej konkretnej ich treści obu materjalnych cech: działania i czasowego następstwa.

W tem oświetleniu możemy uważać przyczynowe powodowanie, warunkowanie, przeszkadzanie i zastępowanie za specjalne, materjalne wypadki pewnych prostych hipotetycznych relacyj, a tak samo podwójne związki łączności i alternatywy przyczynowej za materjalne odmiany hipotetycznej konjunkcji i dysjunkcji.

### *§ 53. Funkcjonalność.*

W nowoczesnem piśmiennictwie ważną odgrywa rolę pojęcie t. zw. funkcjonalności. Wysuwają je zwłaszcza logistycy i t. zw. filozofowie przyrody z pod znaku Ostwalda i Macha. Myśliciele tego kierunku zwalczają wręcz odwieczne pojęcie przyczynowości jako przestarzałe i nieścisłe, zastępując je ściślejszem rzekomo pojęciem funkcji.

Ramy pracy niniejszej nie pozwalają mi na obszerniejszą w tym kierunku polemikę. Zaznaczę jedynie, że akt abstrakcji, mocą którego możemy usuwać z pojęcia pewnego związku materjalne cechy działania i czasu, bynajmniej jeszcze nie usuwa ich z rzeczywistości, gdzie realne czynniki energji, masy i—na przekór wszystkim sceptykom—siły, władając po staremu, przyczynową dla funkcjonalnych naszych abstrakcyj stwarzają podstawę.

### *§ 54. Relacje u Kanta.*

Mówiąc o relacjach nie mogę przemilczeć kilku krytycznych uwag, które na podstawie powyższych wywodów nasuwają

się niemal same. Chciałbym przedewszystkiem wykazać, po jakich manowcach wodziła w tym wypadku, jak w tylu innych, genjalna dyalektyka Kanta całe pokolenia zaprzysiężonych *in verba magistri* wyznawców.

Kant dzieli, jak wiadomo, kategorję „relacyj" na trzy równorzędne poddziały:

1. inherencji i subsystencji (*substantia et accidens*);
2. przyczynowości i zależności (*Ursache una Wirkung*);
3. wzajemności (*der Gemeinschaft, Wechselwirkung zwischen dem Handelnden und Leidenden*),

który to podział znajduje oczywiste jakoby uzasadnienie w trojakiej formie naszych sądów:

1. kategorycznej (=predykatywnej)
2. hipotetycznej
3. dysjunktywnej czyli rozjemczej.

Rzut oka na tabelarne nasze zestawienie wykazuje, jak niedostateczną była na tym punkcie „Krytyka czystego rozumu". Jasnem jest mianowicie, że schemat obejmujący

dwa proste stosunki,
dwa proste związki,
jeden związek podwójny,

nie wyczerpuje ani w przybliżeniu wszystkich relacjonalnych możliwości.

W dalszym ciągu zarzucić musimy królewieckiemu mędrcowi, że utożsamia bezprawnie idealny czysto stosunek racji i następstwa z materjalnym związkiem przyczyny i skutku. Rzecz tem dziwniejsza, że nie dalej jak parę kartek wpierw zarzuca Kant Arystotelesowi, iż w swej nauce o kategorjach stawia bezprawnie rozmaite specjalne, jako to: „zmysłowe" (*ubi, quando*), „empiryczne" (*motus*) i „pochodne" (*actio, passio*) stosunki obok czysto-rozumowych (*reine Verstandesbegriffe*) „*Das Handelnde*", „*das Leidende*"—czyż to nie „*actio-passio*"?

Najgorzej ma się rzecz z systematyczną stroną podziału. Uwiedziony odrębnością gramatycznej formy, przeciwstawia Kant hipotetyczne relacje dysjunktywnym, o których przecie wiemy (§§ 34, 40), iż są specjalnym jedynie wypadkiem hipotetycznej zależności. Podstawą Kantowskiego trójdziału nie jest zatem ani antyteza: stosunek-związek ani przeciwstawienie prostych relacyj podwójnym. Jest nią poprostu technika mowy, której formy, do praktycznych przedewszystkiem dostosowane celów,

nie mogą być brane żywcem za wykładnik logicznych między rzeczami stosunków.

### § 55. *Wzajemność.*

Najciekawszym wszakże jest manowiec, którym szła „Krytyka czystego rozumu" w odniesieniu do kwestji jedno- i obustronnej zależności. Przyczynowość jest dla Kanta zarówno jak inherencja jednostronną tylko relacją: Substancja implikuje cechę, racja implikuje następstwo — ale nie odwrotnie. Przy dysjunkcji natomiast widzimy zależność obopólną: pierwsza alternatywa określa bytem swym lub nie-bytem nie-byt wzgl. byt drugiej tak samo, jak druga pierwszej. „Wzajemność" (*die Wechselwirkung*) przeciwstawia się tedy, jako osobny całkiem rodzaj zależności, tamtym dwom jednostronnym jakoby jej rodzajom.

Nie potrzeba chyba długich wywodów, aby wykazać całą mylność Kantowskiej antytezy. Każda zależność jest obustronną (§ 23), czego naoczny niejako obraz widzimy w logometrycznem dwu-równaniu. Jeżeli istnienie następstwa nie dowodzi jeszcze istnienia racji, to nie znaczy to wcale, aby było ono bez wpływu na bytową (probabilną) jej wartość. Że wpływu tego nie umiemy tak jasno określić jak odwrotnego wpływu racji na następstwo, winna temu nie relacja jako taka, ale klasyczny nasz schemat myślowy, który nie pozwala nam wzgl. nie nauczył nas mierzyć pośrednich bytowych wartości.

Ale także i w obrębie klasycznej logiki ujawnia się nam cały szereg wypadków ściśle obustronnej zależności. Widzimy ją przy ekskluzji, negacji, zastępstwie, łączności, tożsamości, dysjunkcji, wobec czego nie mamy powodu ani prawa wysuwać tej ostatniej przed inne lub zgoła uważać jej za jedyny wypadek *„der Wechselwirkung"*.

### § 56. *Jednostronność przyczynowa.*

Zastrzec się tu muszę z góry przeciw pewnemu nieporozumieniu, które niestety w literaturze przedmiotu niemałą odegrało rolę.

Jeżeli, oparci o ogólno-hipotetyczny nasz wzór, stwierdziliśmy zasadniczą niemożliwość jednostronnej między zjawiskami zależności, to twierdzenie to dotyczy idealnych jedynie (hipotetycznych, funkcjonalnych) relacyj, nie zaś spraw materjalnych, do których t. zw. „przyczynowość" niewątpliwie się zalicza. Ta jest z natury swej nieodwra-

calną. Wynika to z charakterystycznego w tym wypadku momentu działania, które, jak powiedzieliśmy (§ 52), rozwija się w czasie, pociągając za sobą z konieczności czasową między powodem a skutkiem różnicę. Że zaś czas jest nieodwracalny i fakt raz dokonany żadną siłą *ex post* zmieniony być nie może, jasną jest rzeczą, że powód wpływa na skutek, żadnego wzajemnego ze strony skutku wpływu nie doznając[1]).

Inaczej ma się rzecz z logiczną zależnością zjawisk. Usuwając drogą abstrakcji jednostronny moment działania, zyskuje myśl nasza pełną swobodę ruchu w obu kierunkach. Możemy równie dobrze wnioskować ze skutku o przyczynie, jak i z przyczyny o skutku. Stan termometru czy barometru jest dla nas podstawą wniosku o ciepłocie wzgl. ciśnieniu powietrza, aczkolwiek realne działanie w odwrotnym idzie kierunku. Podobnie wnioskuje astronom, geolog, historyk z poprzednich faktów o następnych i z następnych o poprzedzających. Posiadając pełną świadomość, że pasmo zdarzeń rzeczywistych w jednym tylko kierunku i to z pewną ściśle określoną chyżością przesuwać się może, umiemy jednak puszczać nieważki, że tak powiem, film myśli własnej dowolnie wstecz, albo naprzód, albo też w dowolnem zatrzymywać go miejscu. Możemy też przez zupełne pominięcie momentu następstwa rzutować trójwymierne bytowo-bytowo-czasowe relacje przyczynowości na idealną bytowo-bytową płaszczyznę hipotetycznej zależności, a w tym rzucie naturalnie zatraca się także i pierwotna, naturalna jednostronność przyczynowego wpływu.

I tu oto tkwi główna, zasadnicza różnica między stosunkiem przyczynowym a funkcjonalnym (§§ 52, 53).

## V. Sądy ogólnikowe. Kategorje.

### *§ 57. Ogólnikowość.*

Sądy predykatywne typu I i O („niektóre A są B", „niektóre A nie są B"), zwane pospolicie „szczegółowemi", przed-

---

[1]) Znamy, coprawda, wypadki wzajemnego niby oddziaływania na siebie dwuch realnych zjawisk, np. jednego uczucia na drugie, albo procesu chemicznego na ciepłotę a ciepłoty na proces, albo podaży giełdowej na kurs akcji a kursu na podaż i t. p. We wszystkich tych wypadkach wszakże wchodzą w grę dłuższe okresy czasu, w ciągu których oba zjawiska wielokrotnie zamieniają role przyczyny i skutku. O ile zamiana ta odbywa się w krótkich lub zgoła elementarnych odstępach czasu, odbieramy takie wrażenie, jakby istniało ciągłe, równoczesne, wzajemne działanie zjawiska A na B i B na A.

stawiają jedną tylko odmianę szerszej znacznie kategorji sądów, które określę mianem „ogólnikowych” (*judicium vagum*). „Zdarzają się wypadki tyfusu”, „Wisła jest miejscami głęboka”, „Alfred był jakiś czas w Paryżu”, „Staś bywa niegrzeczny”, „Niedyskrecja mogłaby zaszkodzić” i t. p. Żadna z tych wypowiedzi nie daje się podciągnąć pod klasyczny wzór „niektórości”, a jednak wszystkie posiadają z nią coś wspólnego, co właśnie stanowi „ogólnikowy” ich charakter. Zastanawiając się nad istotą tegoż, musimy przyjść do przekonania, że nie leży on ani w treściowem niedokreśleniu terminów (znamiennem raczej dla sądów ogólnych), ani w niedokreśleniu ich zakresu (które w częściowych jedynie ujawniają się sądach), ani wreszcie w nieokreślonej modalności (właściwej possybilnym tylko i problematycznym wypowiedziom). Gdzież tedy?

Zdaniem mojem ogólnikowość sądu w najszerszem znaczeniu „nieścisłości” daje się określić jako niedokreślenie wartości bytowej w sądzie egzystencjalnym, a współbytowej w relacjonalnym. „Ogólnikowość” w ściślejszem słowa znaczeniu jest to poprostu negacja jednej ze skrajnych wartości bytowych, wzgl. współbytowych.

Sprawa ta i wiążąca się z nią kwestja formalnego („kategorjalnego”) podziału sądów wogóle, zdaje mi się, wymaga kilku rzeczowych i terminologicznych ustaleń, których brak mógłby następnie utrudniać nam porozumienie.

### *§ 68. Sądy faktyczne i racjonalne.*

Sąd jest to akt myślowy, mocą którego przypisujemy pewnej przedstawionej treści pewną wartość bytową. Czynimy to prawie zawsze na jakiejś „podstawie”, percepcyjnej, pamięciowej czy logicznej, z czego naturalnie nie wynika, żeby sąd, skoro raz przyszedł do skutku, zależny był od uzasadnienienia. Przeciwnie, samoistność sądu wydanego i wszystkich dyskursywnych jego wyrazów (zdań głównych, równań, ideogramów) jest jedną z najistotniejszych jego cech, w której odbija się wiernie taż sama cecha przedmiotu. Byt bowiem, skoro raz zaistniał, jest dostateczną sam dla siebie podstawą.

Możemy tedy, wydając sąd, stwierdzać zewnętrzny jakiś fakt i nic więcej. Sąd taki nazwiemy „faktycznym” (prostym, nagim). Ale możemy też równocześnie z faktem uświa-

damiać sobie także i pewne (realne czy idealne) związki, które, łącząc go z innemi, spowodowały jego zaistnienie. Taki to akord myślowy, taki podwójny sąd, stwierdzający oprócz głównego faktu istnienia drugi jeszcze uboczny fakt wynikania tegoż *ex alio*, nazwiemy „sądem racjonalnym”.

Przedmiotem sądów faktycznych jest byt, brak i pośrednie między oboma stopnie bytu[1]), przedmiotem zaś sądów racjonalnych jest konieczność, niemożliwość i pośrednie między obiema „stopnie prawdopodobieństwa”. Jakże bowiem wydajemy sąd probabilny? Albo *a priori*, znając przyczyny zjawiska, albo *a posteriori*, znając jego statystykę, zawsze więc *ex alio*, pośrednio, przez rozumowanie, a nie przez bezpośrednie spostrzeżenie (niedostępnego dla zmysłów) „prawdopodobieństwa”.

To samo dotyczy skrajnych stopni prawdopodobieństwa, a więc „konieczności” z jednej strony, a „niemożliwości” z drugiej. Apodykcja nie jest, jak wielu mniemało, jakimś wyższym jakoby od asercji stopniem twierdzenia, lecz innym tylko, specjalnym jego rodzajem, mianowicie uzasadnioną ex alio asercją, t. j. sądem podwójnym, stwierdzającym 1) fakt bytu, 2) fakt uzasadnienia. Że zaś sąd prosty mieści się w podwójnym, nic dziwnego, że wynikanie bytu z konieczności, a braku z niemożliwości, jest dla nas rzeczą konieczną *a priori*, czyli „oczywistą”.

### *§ 59. Sądy egzystencjalne i relacjonalne.*

Drugie zasadnicze rozróżnienie dotyczy treści, którą w danym sądzie oceniamy. Każdy sąd jest w gruncie sądem egzy-

[1]) Słowo „stopień bytu“ spotka się niezawodnie z protestem. Byt— powie aktualista — nie zna stopni: albo jest, albo go niema. Teza ta, niezbita, o ile idzie o byty elementarne, przestaje obowiązywać tam, gdzie myśl nasza, obejmując jednym kręgiem większy wycinek czasu i przestrzeni, streścić ma w jednym sądzie wartość bytową wielu naraz elementów. Mowa tu przedewszystkiem o przedmiotach ogólnych (rodzajowych, typowych), które, ile że mogą realizować się w większej albo mniejszej liczbie osobników, mogą tem samem posiadać rozmaite stopnie (gatunkowego) bytu. To samo dotyczy pojęć zbiorowych i oderwanych, które mocą treści swej zbiorowy posiadają charakter. „Epidemja“, „śmiertelność“, „analfabetyzm“ „pieniactwo“ i t. p. — to zjawiska, których bytowa ocena raczej miary (statystyki) się domaga, niż afirmacji lub negacji.

Gatunkowy stopień bytu, przypisany fikcyjnie osobnikowi, zowiemy „prawdopodobieństwem“.

stencjalnym περὶ τοῦ ὑπάρχειν τι ἢ μὴ ὑπάρχειν. Na tem wspólnem wszakże tle rozróżniamy nie bez korzyści, czy owe „coś”, owa podlegająca ocenie treść, jest r z e c z ą, czy r e l a c j ą [1]). W pierwszym wypadku mamy „s ą d e g z y s t e n c j a l n y” w ściślejszem słowa znaczeniu:

$$w\,(A) = e\ ^2)$$

w drugim „s ą d r e l a c j o n a l n y”, przyczem obojętną zgoła jest kwestja, czy istnienie relacji stwierdzone zostało *implicite* w formie zwiniętej:

$$r\,(AB) \sim 1$$

słowami: „Relacja r między A i B istnieje”. czy *explicite*, w formie rozwiniętej:

$$A\ r\ B$$

słowami: „ A pozostaje w stosunku r do B ”, czy wreszcie okrężnie w formie logicznego okresu:

$$(A\ r\ B) \sim 1$$

słowami: „Prawdą jest, że A pozostaje w stosunku r do B“.

### *§ 60. Sądy skrajne i pośrednie.*

Biorąc w dalszym ciągu za podstawę podziału wartość bytową (e), względnie współbytową (ε), jaką dany sąd stwierdza (uznaje, względnie ustala) [3]), możemy podzielić sądy na „s k r a j n e“ i „p o ś r e d n i e“. Do pierwszych należą bytowe asercje

---

[1]) Ogólną, formalną charakterystyką „rzeczy“ jest j e d n o ś ć, charakterystyką „relacji“ p r z e c i w s t a w n o ś ć treści. Podstawowe te dwie formy, jakkolwiek na ogół uzasadnione przedmiotowo, są jednak ostatecznie funkcją własnego naszego umysłu; stąd pewna dowolność w ich wyborze. Relacja, ujęta w jedność: r (AB), staje się nazewnątrz rzeczą, jak każda inna. Sąd, ujęty w jedność (A r B), traci temsamem pierwotną swą bytową wartość i staje się „sądem przedstawionym”, względnie, „przedstawieniem sądu”, dla gramatyka „zdaniem pobocznem”; my określimy go raczej (w przeciwieństwie do przedstawienia rzeczy) jako „p r z e d s t a w i e n i e f a k t u“ i nazwiemy, w myśl terminologii Meinonga, krótko: „o b j e k t y w e m“.

[2]) Postawiona tu przed klamrą litera „w“ (=wartość bytowa) znaczy niemal to samo, co „π“ i „p“ w § 10 i 12, jeno w ogólniejszem znaczeniu, obejmującem wszystkie, absolutne, zarówno jak specjalne wartości, skrajne, zarówno jak pośrednie, faktyczne, zarówno jak racjonalne.

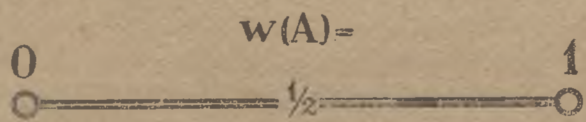
[3]) Pierwsze dotyczy sądów analitycznych, drugie syntetycznych.

i apodykcje, jakoteż sądy, stwierdzające istnienie któregoś z klasycznych wypadków związku (§ 29), względnie stosunku (§ 45). Do drugich: sądy, stwierdzające pośredni jakiś stopień gatunkowego bytu. względnie prawdopodobieństwa, tudzież te, które stwierdzają istnienie pośredniej jakiejś hipotetycznej zależności.

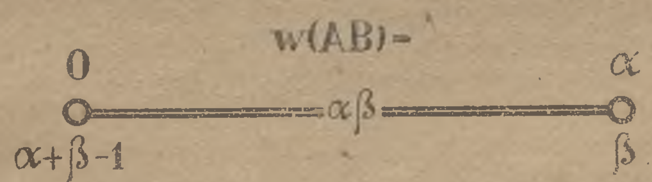
### *§ 61. Kategorje jako szeregi.*

Porządkując wedle tego ostatniego probierza bytowej, względnie współbytowej wartości, sądy nasze w równoległe i, jak na ilościowy układ przystało, ciągłe szeregi, otrzymujemy dla nich następujący ogólno-logometryczny formularz:

**Sądy egzystencjalne.**




**Sądy relacjonalne.**




Którą z obu podanych tu alternatywnie wartości (AB) mamy przyjąć za koniec drugiego (relacjonalnego) szeregu, to zależy naturalnie od wartości parametrów $\alpha$ i $\beta$. Na lewym końcu obowiązują wyrazy większe, na prawym mniejsze.

### *§ 62. Wspólna miara.*

Najprostszy ten i najogólniejszy, bo wszystkie logiczne układy obejmujący, formularz sądów może z natury rzeczy służyć za podkład rozmaitym dalszym, bądźto treściowym (§ 69), bądź modalnym (§ 58) różnicowaniom. Wedle tego ostatniego w szczególności probierza wypadałoby nam rozdwoić oba powyższe szeregi, każdy na dwa równoległe i przyporządkowane do siebie rzędy, faktyczny i racjonalny:

| | | |
|---|---|---|
| *Brak* | *Stopnie bytu* | *Byt* |
| *Niemożliwość* | *Prawdopodobieństwo* | *Konieczność* |

„Przyporządkowane“ znaczy, że każdej pozycji jednego szereregu odpowiada ściśle jakaś pozycja drugiego, a więc: dodatniej

i ujemnej apodykcji dodatnia i ujemna asercja, a każdemu z pośrednich „probabilnych" sądów równowartościowy sąd „statystyczny“. Jeżeli np. prawdopodobieństwo rzucenia kostką liczby 4 równa się ułamkowi 1/6, to gatunkowy stopień bytu zjawiska: „rzucenie czwórki“ będzie w rzeczywistości nie inną, tylko tę samą właśnie przedstawiać wartość. I odwrotnie, sąd statystyczny, stwierdzający np. częstość wypadków kolejowych, jest zarazem wykładnikiem probabilnego sądu, jaki wydać sobie może na ten temat każdy siadający do wagonu podróżny. Ścisłe to (na realno-idealnem „prawie przypadku“ [1]) oparte) przyporządkowanie szeregów pozwala nam w życiu praktycznem, zarówno jak w teorji, mierzyć jeden szereg drugim tak, jak np. mierzymy drewnianą calówką przedmioty, z najrozmaitszych innych sporządzone materjałów W obu bowiem wypadkach przedmiotem porównania są wspólne jedynie cechy: tam długość, tu wartość bytowa ocenionego sądem przedmiotu.

To samo dotyczy sądów relacjonalnych. Twierdzenie, apodyktyczne, że „S musi być P“ albo „nie może być P“, jest racjonalną jedynie odmianą sądu ogólnego: „Wszystkie S są P“, względnie „Żaden S nie jest P“, a statystyka, ile S jest P, jest zarazem miarą prawdopodobieństwa, że jest niem którykolwiek (nieokreślony bliżej) osobnik typu S. Wspólną miarą obu szeregów jest w tym wypadku s. t. j. gatunkowy stopień bytu złożonego zjawiska (SP).

### *§ 63. Sądy ścisłe i nieścisłe.*

Rozpatrzmy teraz, na tle logometrycznej tej analizy, sprawę sądów ogólnikowych.

Jedna i ta sama wartość bytowa może być w dwojaki oznaczona sposób: ścisły, t. j. jednoznaczny, i nieścisły, t. j. pozwalający nam w obrębie pewnych granic na swobodny jej wybór. Wynika stąd możliwość stopniowania „nieścisłości“: miarą jej jest odległość granic swobodnego wyboru bez względu na absolutne ich położenie. Wobec tego sądy statystyczne, probabilne, logometryczne wogóle (np. hipotetyczne dwurównania) należy uznać za równie ścisłe, jak asertoryczne lub apodyktyczne wypowiedzi. Wartość bowiem a ścisłość oznaczenia jej to dwie całkiem różne miary. Częste u logików szkolnych przeoczenie tej różnicy i mylna wskutek

---

[1]) Ob. § 84 przypisek.

tego ocena sądów prawdopodobieństwa tłumaczy się poprostu tem, że w djalektyce skrajne sądy są ścisłemi, pośrednie nieścisłemi. Jest to wszakże przypadkowy tylko zbieg, t. j. taki, który nie w przedmiocie samym ma swe uzasadnienie, lecz w specjalnym sposobie traktowania go przez logikę klasyczną. Że tak jest, dowodzi wielki, coraz większy udział sądów statystycznych i probabilnych w nowoczesnym rozwoju nauk ścisłych, nie wyłączając fizyki matematycznej.

### *§ 64. Sądy przybliżone.*

Logika tradycyjna, nie zajmująca się z zasady określeniami ilościowemi, nie może naturalnie i w sądach swych oznaczać ściśle pośredniej bytowej czy współbytowej wartości. Że jednak sam przedmiot poznania aż nadto często wymaga takich oznaczeń, zastępujemy tu zazwyczaj miarę, względnie liczbę, przybliżonem jakiemś określeniem, jak „przeważnie", „prawie", „zwykle" „rzadko", „najprawdopodobniej" itp., które to wyrazy oznaczają pewne większe lub mniejsze odcinki ciągłego szeregu wartości. Powstają w ten sposób „sądy przybliżone", mogące w miarę stopnia przybliżenia i celu, któremu służą, doskonałe poznawcze i porozumiewawcze oddawać nam usługi.

### *§ 65. Sąd problematyczny.*

Niepodobna tego powiedzieć o „sądzie problematycznym", przedstawiającym skrajny niejako stopień nieścisłości. „Może jest A". „Może S jest P". Sądy takie pozostawiają nam na punkcie oceny przedmiotu, względnie objektywu (§ 59), nieograniczoną niczem swobodę, a tem samem nie stwierdzają mimo oznajmującej formy niczego, chyba własną niewiedzę. I dlatego też sąd problematyczny nie może być nigdy fałszywy, ani zależeć od innego sądu, ani też innemu sądowi służyć za podstawę.

### *§ 66. Określenia jednostronne.*

Specjalny rodzaj ilościowej nieścisłości widzimy w ograniczeniach jednostronnych. Znamy je przedewszystkiem w matematyce pod nazwą „nierównań". Sąd

$$x < 5$$

ogranicza wartość x od jednej tylko strony, od drugiej zupełną pozostawiając jej swobodę. Analogiczny sąd w logice opiewałby:

$$w(A) < 1/3$$

słowami: „Zjawisko A posiada prawdopodobieństwo mniejsze niż 1/3“.

### *§ 67. Sądy ogólnikowe.*

Najpospolitszy wypadek takiego jednostronnego określenia widzimy w „sądach ogólnikowych“ (w ściślejszem słowa znaczeniu), t. j. takich, które wyłączają jedną ze skrajnych bytowych, wzgl. współbytowych wartości.

Gdyby egzystencjalna ocena treści musiała istotnie — jak żąda prawo wyłączonego środka — między dwiema tylko skrajnemi wybierać wartościami, to naturalnie wyłączenie jednej z nich ustalałoby drugą. Stwierdzając wtedy, że A nie ma pełnej dodatniej wartości, stwierdzalibyśmy tem samem, że ma pełną ujemną. Coś, co nie istniałoby napewno, musiałoby napewno brakować, S, któreby nie musiało być P, musiałoby niem nie być, i t. p. Niedopuszczalność takich skrajnych odwróceń, fakt, że zaprzeczenie sądu ścisłego jest sądem nieścisłym, świadczy wymownie o wyższości szeregowego układu kategorji nad dyzjunkcyjnym (por. § 72).

Celem krótszego wyrazu pozwolę sobie niniejszem wprowadzić dla sądów ogólnikowych pewne nowe ideograficzne znaki, których wybór wynika niejako sam z negatywnego ich charakteru. Jeżeli, chcąc przypisać jakiejś treści pełną bytową wartość (0 albo 1), łączyliśmy oba symbole znakiem wężyka $\sim$, to przekreślając wężyk

$$A \nsim 0$$

stwierdzamy ogólnikowo, że treść A nie posiada tej skrajnej wartości, czyli że posiada „jakąś” inną, która naturalnie może, ale nie musi być skrajnością przeciwległą. W podobny sposób powstają z czterech klasycznych relacji: $<$ $>$ $\wedge$ $\vee$ cztery klasyczne ogólniki $\nless$ $\ngtr$ $\not\wedge$ $\not\vee$. I tak np.:

$$A \nless B$$

znaczy: „A nie wymaga B“;

$$A \not\vee B$$

znaczy: „A nie zastępuje B“ itd.

Logometrycznym wyrazem sądu ogólnikowego jest nierównanie. Wypowiedź ideograficzna:

$$A \nsim 0$$

tłumaczy się na ilościową:

$$w(A) = e > 0$$

Przeciwległy ogólnik:

$$A \not\prec 1$$

opiewa w matematycznym przekładzie:

$$e < 1$$

Podobnie też i w relacjonalnych wypowiedziach. Zamiast powiedzieć: „A nie jest warunkiem istnienia B“

$$A \not\succ B$$

możemy też stwierdzić ilościowo:

$$\varepsilon < \beta$$

zamiast powiedzieć „A nie wyłącza B“

$$A \wedge B$$

możemy stwierdzić:

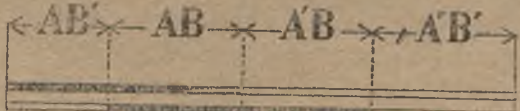
$$\varepsilon > 0 \quad \text{itd.}$$

Z logometrycznego punktu widzenia sądy ogólnikowe bardzo niewiele różnią się od problematycznych, mniej więcej tyle, ile długość linji, której odcięto jeden z końcowych punktów, od całej poprzedniej długości. Ścisłość (§ 20) każdego, ogólnikowo tylko określonego związku jest, jak nie trudno przekonać się,

$$\zeta = 0$$

co znaczy, że *wyłączenie jednej ze skrajnej wartości nie wystarcza jeszcze do ustalenia zachodzącego między dwoma terminami związku.*

Inaczej w logice klasycznej, która, nie mogąc dla braku ilościowych określeń stworzyć *ciągłego szeregu*, zastąpiła go poprostu *dyzjunkcją*: „musi — nie musi“, „może — nie może“, „zawsze — nie zawsze“, „wszystkie — nie wszystkie“, „*nullus* — *nonnullus*“ itp. Forma ta nie uwidocznia niestety całej ilościowej dysproporcji, jaka zachodzi między zakresem ścisłego określenia a ogólnikowej jego negacji. Stąd poczesna na oko rola sądów ogólnikowych w logice szkolnej i djalektyce, stąd znikoma ich wartość w logometrji — i w życiu.



Dołączony schemat ma na celu unaocznić wyliczone właśnie cztery relacjonalne ogólniki. Widzimy tu znów taki sam, jak w § 44, dwuzakresowy diagram, jednak o tyle od tamtych czterech różny, że wykazuje obecność nie *trzech*, lecz wszystkich *czterech* współbytowych kombinacji: AB', A'B, AB i A'B'. Gdy bowiem przy klasycznych związkach zawsze jedna z tych kombinacji jest niemożliwa, a zakres jej równy zeru, to tu przeciwnie, postanowiono jedynie, że jeden z tych zakresów *nie* jest równy zeru. Tam mieliśmy równanie, tutaj nierównanie i dlatego tam sąd (topologicznie) ścisły, tutaj ogólnikowy.

### § 68. *Sądy possybilne.*

Ogólniki mogą, podobnie jak i sądy ścisłe, w dwojakiej występować formie, *racjonalnej* i *faktycznej*.

„A może być", „A może nie być", „S może być P", „S może nie być P" i t. p. Każdy z tych i podobnych sądów—nazwiemy je „*possybilnemi*" — polega na zaprzeczeniu jednej ze skrajnych konieczności, obejmując w ten sposób oprócz konieczności przeciwnej wszystkie pośrednie stopnie prawdopodobieństwa. Cała ta ogromna w rzeczywistości środkowa część szeregu stanowi zatem dziedzinę *wspólną* obu przeciwnym napozór ogólnikom.

Widzimy tedy, że to, co pospolicie zwiemy „możliwością", może aż trzy różne posiadać znaczenia: *possybilne*, wyłączające jedną ze skrajnych pewności, *probabilne*, wyłączające obie, i *problematyczne*, obejmujące wszystkie, skrajne, zarówno jak pośrednie, stopnie prawdopodobieństwa. Wspólną cechą wszystkich trzech jest brak ścisłego oznaczenia wartości. „*Możliwość*" jest to *nieokreślone ilościowo prawdopodobieństwo*.

Z logometrycznego punktu widzenia wartość poznawcza possybilnego „może" (= *potest*) dość mało różni się od problematycznego (=*forsitan*, § 65). W dyzjunkcyjnym natomiast systemie różnica wydaje się bardzo znaczną.

### § 69. *Ogólniki faktyczne.*

Każdemu *racjonalnemu* odpowiada *faktyczny* jakiś ogólnik. „Możliwość A" objawia sie w rzeczywistości w tem, że

niekiedy, czasem, miejscami A b y w a. Jeśli „S nie musi być P“, to niezawodnie będą „z d a r z a ć  s i ę“ wypadki, w których S nie jest P. Krótko mówiąc: między ogólnikami faktycznym i racjonalnym zachodzi takie same (na „prawie przypadku“ oparte) przyporządkowanie (§ 62), jak między ścisłemi wypowiedziami, statystyczną i probabilną.

Ogólniki faktyczne występują najczęściej w formie p r e d y k a t y w n e j, do której mowa nasza, a wślad za nią logika klasyczna sprowadza wszystkie swe „k a t e g o r y c z n e“ (=bezwarunkowe)[1]) wypowiedzi, nie wyłączając egzystencjalnych.

Stosunek predykatywny różni się, jak wiemy (§ 48), od czystych związków implikacji i ekskluzji dodatkowem określeniem l o g i c z n e g o  p u n k t u, co też zaznaczyliśmy wówczas graficznie dodatkowym znakiem punktu ( $\prec\!\cdot$ $\dot{\wedge}$ ). Konsekwentnym symbolem predykatywnego ogólnika będzie zatem połączenie obu znaków, punktu i negacji:

$$S \prec\!\cdot\; P$$

względnie

$$S \;\underset{\cdot}{\wedge}\; P$$

W słownem rozwinięciu może ogólnikowa ta predykcja, stosownie do treści, którą stwierdzamy, bardzo rozmaite przybierać odmiany. Aby ująć je wszystkie w pewien logiczny porządek, musimy wyjść z założenia, że pełna inkluzja i pełna ekskluzja tam tylko zachodzą, gdzie:

1. c a ł y zakres podmiotu leży w zakresie, wzgl. poza zakresem orzeczenia, a nadto

2. dzieje się to w s z ę d z i e, z a w s z e, z a  k a ż d y m  r a z e m, krótko mówiąc: na całym tym wycinku rzeczywistości, który stanowi przedmiot i dziedzinę danego sądu. Przez negację pierwszego warunku powstaje ogólnik s ą d u  c z ę ś c i o w e g o, negacja któregokolwiek z dalszych postulatów daje s ą d  z m i e n-

---

[1]) Powszechny u klasyków błąd utożsamiania pojęć: „kategoryczny“ i „predykatywny“ i idący za tem podział sądów na „kategoryczne“, „hipotetyczne“ i „dysjunkcyjne“ odpowiada gramatycznemu raczej, niż logicznemu stanowisku. Z logicznego punktu każdy sąd wydany jest bezwzględny. To bowiem, co stwierdzamy w hipotetycznych i dyzjunkcyjnych wypowiedziach, nie jest „w a r u n k o w e  i s t n i e n i e“ n a s t ę p s t w a, lecz b e z w a r u n k o w e  i s t n i e n i e  z w i ą z k u.

ny, w zakresie którego znów stosownie do treści możemy rozróżniać sądy miejscowe, czasowe, i częstotliwe.

### *§ 70. Sądy częściowe.*

Sąd częściowy (partykularny), pospolicie u nas „szczegółowym“ [1]) zwany, posiada za podmiot zawsze ogólne jakieś pojęcie, którego zakres częściowo tylko podpada pod orzeczenie: „Niektóre S są P“, „Niektóre S nie są P“. Ile ich? jaka część wszystkich? tego nie powiedziano. W tem właśnie ilościowem niedokreśleniu, a nie w częściowości jako takiej, tkwi ogólnikowość i — słabość tych wypowiedzi. Sąd: „niektórzy ludzie mają dwie nogi" jest taksamo prawdziwy, jak sąd: „niektórzy ludzie mają jedną nogę", albo nawet: „nie wszyscy ludzie mają po jednej nodze" (skoro są tacy, którzy mają po dwie). Taka wiedza, zaiste, dziwnie mało różni się od zupełnej niewiedzy, a jest o tyle od niej szkodliwsza, że, mając za sobą formalną prawdę, uczy nas pokrywać djalektycznie i zacierać myślowo wszelką różnicę między regułą a wyjątkiem.

### *§ 71. Sądy zmienne.*

Podmiotem sądu zmiennego może być każde, a więc ogólne, zarówno jak poszczególne, jak zbiorowe pojęcie, które wprawdzie całym swym zakresem podpada pod orzeczenie, ale nie na całym objętym wypowiedzią wycinku rzeczywistości. „Urodzaj jest miejscami piękny". „Żydzi mieli czas jakiś własne państwo". „Człowiek głupi zaszkodzi niekiedy więcej od złego". We wszystkich tych wypadkach ograniczenie (*limitatio*) dotyczy kopuli, a nie podmiotu.

### *§ 72. Klasyczny formularz sądów.*

Zestawiając wszystkie wyliczone powyżej klasyczne typy wypowiedzi, otrzymujemy następującą kategorjalną ich tablicę:

---

[1]) Nazwę „szczegółowy“ uważam za niewłaściwą. Powstała ona niewątpliwie przez mylne tłumaczenie dwuznacznego słowa particularis (particulier, besonder), które w tym wypadku nie „szczególny“ znaczy, ani „szczegółowy“, lecz najwyraźniej: „częściowy" (*sondern* = dzielić).

### WARTOŚCI.

| SĄDY | | − | | + |
|---|---|---|---|---|
| Faktyczne | Częściowe | Żaden — | Niektóre | |
| | | | Niewszystkie | — Wszystkie |
| Faktyczne — Zmienne | Miejscowe | Nigdzie — | Miejscami | |
| | | | Niewszędzie | — Wszędzie |
| | Czasowe | Nigdy — | Czasjakiś | |
| | | | Niezawsze | — Zawsze |
| | Częstotliwe | Nigdy — | Niekiedy | |
| | | | Niekażdym razem | — Każdym razem |
| Racjonalne | | Nie może — | Może | |
| | | | Nie musi | — Musi |

Porównywając formularz ten z kategorjalną tablicą Kanta, widzimy przedewszystkiem, że przy szeregowym układzie obie odrębne rzekomo kategorje „jakości” i „ilości” zlewają się ze sobą w jedną organiczną całość. Twierdzenie i przeczenie, apodykcja i asercja wyznaczają skrajne tylko wartości szeregów, gdy tymczasem cała środkowa ich część objęta została przez racjonalne lub faktyczne ogólniki. Że taki tylko szeregowy, a nie dyzjunkcyjny układ odpowiada naturze przedmiotu, dowodzi między innemi jawna niedorzeczność, w którą wpadł Kant, czyniąc „niemożliwość“ dlatego, że jest negacją „możliwości“, przedmiotem wspólnego z nią problematycznego (!), a „przypadkowość“, jako negację konieczności, przedmiotem tego samego, co konieczność, apodyktycznego (!) typu wypowiedzi.

Taksamo gramatycznym raczej, niż logicznym, jest relacjonalny jego podział sądów na predykatywne (*false* „kategoryczne“), hipotetyczne, i dyzjunkcyjne, które, jak wiemy (§ 35, 49), wszystkie do jednej hipotetycznej (relacjonalnej) przynależą kategorji. Osobne natomiast stanowisko należy się są-

dom egzystencjalnym w ściślejszem słowa znaczeniu, jakkolwiek logika klasyczna, idąc za tropem słowa, pod wspólny predykatywny podciągnęła je strychulec.

## VI. O wnioskach wogóle.

### § 73. *Terminologja.*

W logice szkolnej pojęcie „wniosku" było niemal równoznaczne z pojęciem syllogizmu. Rozumie się, niesłusznie. „Wnioskowaniem" bowiem jest każda, czy to dyskursywna, czy intuicyjna czynność myślowa, mocą której poznajemy pośrednio, na podstawie znanych, nieznane bezpośrednio fakty. Logika jako nauka o dyskursywnej myśli musi z natury rzeczy zacieśniać pojęcie to do artykułowanego wyłącznie wnioskowania, czyli „rozumowania" (*ratiocinationis*). To wychodzi z „założenia", czyli „podstawy" [1]), i prowadzi do „konkluzji", czyli „wniosku" w ciaśniejszem słowa znaczeniu. Obszerniejsze bowiem słowa tego znaczenie obejmuje całokształt sprawy myślowej, a więc: założenie, konkluzję i wzajemny ich stosunek. Ten jest logiczną (konieczną w sobie, pewną *a priori*, formalną) implikacją, a sąd hipotetyczny, stwierdzający jej istnienie, sądem analitycznym.

Założenie może z jednej lub kilku składać się „przesłanek".

### § 74. *Nowość.*

Istotną cechą wniosku jest nowość konkluzji. Nie jest „wnioskiem" proste powtórzenie przesłanki. Ale nowość może być dwojaka: formalna i materjalna. Dwa sądy, względnie równania stwierdzające istnienie jednego i tego samego w rzeczywistości faktu, należy z absolutnego stanowiska uważać za jeden i ten sam w istocie sąd, zaś akt, wywodzący jedną jego formę z drugiej, za akt materjalnej tautologji. Jeżeli z faktu tego nie zawsze zdajemy sobie sprawę, winien temu niedowład naszego umysłu, który, nie umiejąc wszystkich stron przedmiotu w jednej ogarnąć perspektywie, iść musi do wniosku

---

[1]) Stanowczo niewłaściwe jest używanie przez niektórych naszych autorów słowa „zasada", które raczej formy logicznej wnioskowania, niż materjalnej jego dotyczy podstawy. Wnioskuję na zasadzie „*Barbara*" albo „*Ferio*", ale na podstawie tych a tych danych mi przesłanek.

etapami, szeregiem pośrednich, bezpośrednio już oczywistych tautologji. Nowość ostatecznej konkluzji jest tu psychologiczna raczej, niż logiczna. Rozpoznać ją łatwo po obustronnym stosunku wynikania (konjunkcji, § 39), który łączy w tych wypadkach wniosek z założeniem.

### § 75. *Wnioski „bezpośrednie" i „pośrednie".*

Wielu autorów nazywa wnioski o jednej przesłance „bezpośredniemi", wnioski o dwuch przesłankach „pośredniemi", a to dlatego, że konkluzja wynika tu z ogólnej przesłanki (*major*), „za pośrednictwem" mniejszej. Przyjmując—nawiasem mówiąc, bez przekonania [1]) — terminologję powyższą, możemy przedewszystkiem stwierdzić, że wniosek pośredni musi, a bezpośredni nie może do materjalnie nowych prowadzić konkluzji.

Konkluzja, będąc, jak każdy prosty sąd, stwierdzeniem jednego tylko faktu, nie może z natury rzeczy nigdy pomieścić w sobie tyle wiedzy, co obie przesłanki razem wzięte. Stosunek równoważności jest tu wyłączony, wynikanie zawsze tylko jednostronne. Wręcz przeciwnie ma się rzecz z wnioskowaniem bezpośredniem. Żadne przelewanie sądu z jednej formy w drugą nie zdoła ani zmienić, ani przysporzyć jego treści. Nic natomiast nie przeszkadza nam ulać jej dobrowolnie, w myśl zasady: „Jeśli wiem więcej, wiem także i mniej".

### § 76. *Wnioski in minus.*

Wiedząc że

$$x = 11$$

albo, że

$$x < 12,$$

mogę z wszelką pewnością twierdzić, że

$$x < 15$$

Taksamo niezawodnym jest sąd:

$$A < B,$$

jeśli wiem, że

$$A >\!< B$$

---

[1]) Lepiej może byłoby dzielić wnioski, podobnie jak sądy, na „analityczne" i „syntetyczne" stosownie do tego, czy konkluzja jest, czy nie jest materjalnie różna od założenia.

albo że „niektóre A są B", jeśli wiem. że „wszystkie A są B" i t. p. Takie „w n i o s k i *in minus*" przypłacają pozorną swą nowość bezpowrotną ofiarą wiedzy na rzecz niewiedzy. „Pozorną" mówię, bo treść ukróconej przesłanki jako część musiała z natury rzeczy mieścić się w niej już przed ukróceniem [1]).

§ 77. *Prawo entropji.*

We wszystkich tych regułach objawia się pewna bardzo ogólna zasada, którą nazwałbym logicznem p r a w e m e n t r o p j i. Orzeka ona, że rozumowanie może zmniejszać tylko lub przekształcać, ale nie może nigdy zwiększać zawartej w założeniu materji, której jedynemi źródłami są doświadczenie i oczywistość. Znane twierdzenie Kanta o sądach syntetycznych *a priori* jest specjalnem tylko (predykatywnem) zasady tej zastosowaniem.

§ 78. *„Dedukcja". „Redukcja". „Indukcja".*

W pracy niniejszej ograniczam się do wniosków właściwych (pośrednich. syntetycznych), a więc tych, które, mając za podstawę d w i e conajmniej przesłanki, co materjalnie nowych dochodzą konkluzji.

Logika klasyczna nauczyła nas dzielić wnioski te wedle kierunku, w którym idzie nasza myśl, na takie, które z a c i e ś n i a j ą zakres sądu i takie, które go r o z s z e r z a j ą. Pierwsze nazwano d e d u k c y j n e m i, drugie i n d u k c y j n e m i, wzgl. r e d u k c y j n e m i.

Zakresowy ten probierz nie wyczerpuje niestety sprawy, choćby tylko dlatego, że zbyt jednostronnie do p r e d y k a t y w n y c h stosuje się sądów. Ani hipotetyczne, ani dyzjunkcyjne wnioskowanie nie podpada naogół pod klasyczny sprawdzian zakresu, a nawet nie wszystkie predykatywne rodzaje wniosku, te mianowicie, w których podmioty i orzeczenia równoważnemi (ekwipolentnemi) są pojęciami.

§ 79. *Logometryczny podział wniosków.*

Znacznie stosowniejszą podstawą podziału wniosków wydaje mi się różnica między e g z y s t e n c j a l n y m a r e l a c j o n a l n y m typem przesłanek, które to dwa typy kombinując, bardzo znamienne dla wniosku samego otrzymujemy probierza. Do przedstawie-

---

[1]) Na tej to właśnie podstawie podjął Mill znaną swą (zdaniem mojem niesłuszną) krucjatę przeciw syllogizmowi wogóle.

nia ich posłużę się matematyczną analogją, mianowicie stosunkiem, w którym pozostają do siebie dwa zasadnicze twory: punkt i linja.

1. Mając dane dwa punkty, mogę przeprowadzić przez przez nie prostą linję.

2. Mając dane dwie proste linje, mogą oznaczyć punkt ich przecięcia.

3. Mając dane linję i jedną współrzędną (leżącego na niej) punktu, mogę oznaczyć wartość drugiej współrzędnej.

4. Mając wreszcie dane dwie linje, wzgl. równania, określające związek, zachodzący między dwiema (zmiennemi) współrzędnemi a trzecią, mogę przez wyrugowanie tej ostatniej oznaczyć zachodzącą między niemi samemi relację.

Całkiem podobnie ma się rzecz w logice. Wystarczy zastąpić analityczny dwu-fakt punktu:

$$x = x_1$$
$$y = y_1$$

logicznym dwu-faktem przynależności (współbytu, współbraku, bytu-braku) ogólnie:

$$w\ (A) = a_1$$
$$w\ (B) = b_1$$

zaś matematyczny fakt linji:

$$f\ (xy) = 0$$

logicznym faktem zależności:

$$r\ (AB) \sim 1$$

aby podstawowe typy wniosku logicznego odrazu w systematycznym wystąpiły układzie:

1. Znając dwa lub kilka faktów przynależności dwuch zjawisk możemy na tej podstawie oznaczyć ogólną ich zależność; wnioskami takiemi są: interpolacja i indukcja.

2. Wiedząc, że między dwoma zjawiskami równocześnie kilka różnych zachodzi związków, możemy na tej podstawie oznaczyć wartość bytową owych wielorako od siebie uzależnionych treści; wniosek taki nazwiemy logiczną „komplikacją".

3. Wiedząc, że między dwoma zjawiskami istnieje taki a taki związek, i znając wartość bytową jednego z nich, możemy na tej podstawie oznaczyć przynależną wartość bytową drugiego; to jest właściwa hipotetyczna dedukcja.

4. Wiedząc wreszcie, że między dwiema treściami a trze-

cią dwie takie a takie zachodzą relacje, wzgl. że dwie takie relacje są bytowo od siebie zależne, możemy na tej podstawie przez wyrugowanie owej trzeciej treści oznaczyć istniejącą między pozostałemi dwiema zależność. Do tej grupy należą wnioski syllogizmu i dialogji.

Przejdźmy pokolei scharakteryzowane w ten sposób typy.

## VII. Interpolacja. Indukcja.

### § 80. *Wytyczenia logiczne.*

Do wytyczenia dwóch prostych potrzebne są naogół cztery punkty. O ile wszakże idzie o określenie dwutorowej (hipotetycznej) funkcji, wystarczy znajomość trzech punktów, t. zn. faktów przynależności:

$$w(A) = a_1 \qquad w(A) = a_2 \qquad w(A) = a_3$$
$$w(B) = b_1 \qquad w(B) = b_2 \qquad w(B) = b_3$$

Ogólne, wszystkim hipotetycznym związkom wspólne probierze (§ 18) stanowią tu czwarte niejako określenie.

Punkt neutralny, jako przynależny do obu torów, liczy się za dwa wytyczne punkty; taksamo każdy z rogów probabilnego kwadratu, ile że każdy z nich prawem kontrapozycji (§ 30) określa jeszcze i drugi, przeciwległy róg jako konieczne dla drugiego toru wytyczenie.

### § 81. *„Jeśli ..to".*

Spięty sakramentalnym zwrotem „jeśli-to" hipotetyczny okres mowy nie jest, ściśle rzecz biorąc, wyrazem zależności, lecz przynależności hipotetycznej. Gdy bowiem tamta wymagałaby, aby każdej bytowej wartości jednego zjawiska (treści) odpowiadała jakaś wartość drugiego, tutaj stwierdza się jeden tylko poszczególny przejaw zależności, ten mianowicie, że pewność A pociąga za sobą pewność B. Co się dzieje na wypadek nie-bytu zjawiska A albo pośredniej jakiejś, probabilnej jego wartości? Tego nie powiada się wcale. Zamiast ciągłej hipotetycznej funkcji mamy przed sobą jeden tylko punkt P (Fig. 11 § 31) jako taki, przez który przechodzić ma jeden z jej torów. Wykreślić na tej podstawie dalszy, ogólny jej przebieg — oto problemat logiczny, który rozwiązując, spełniamy niewątpliwie akt wniosku. Jeśli nie zdajemy sobie naogół z tego sprawy, dzieje się to tylko dlatego, że mowa nasza

nie posiada dla zależności hipotetycznej innego wyrazu, jak przynależność hipotetyczną, co nauczyło nas poprostu utożsamiać oba z gruntu różne znaczenia.

Wniosek interpolacyjny polega przedewszystkiem na oznaczeniu (prawem kontrapozycji) przeciwległego rogu (w tym wypadku 0), przez który musi przechodzić drugi tor funkcji. Pozatem brak nam dwuch jeszcze wytycznych punktów, wzgl. — o ile jest to neutralny punkt — jednego. Możemy conajwyżej przewidzieć, że oba poszukiwane tory biegną w tym wypadku powyżej głównej przekątni:

$$b > a$$

Tem musiała się zadowolić i zadowalała też logika klasyczna.

### § 82. „*Lub*".

To samo dotyczy dyzjunkcyjnych okresów mowy, spiętych zastępczym łącznikiem „lub". Ten wyznacza nam odrazu oba przeciwległe rogi Q i R (Fig. 14 § 34) jako takie, przez które przechodzą poszukiwane funkcjonalne tory. Wiemy nadto, że biegną one oba powyżej poprzecznej przekątni QR

$$a + b > 1$$

że, krótko mówiąc, mamy przed sobą wypadek zastępczej zależności. Ale na tem, niestety, koniec. Brak dwóch dalszych wytyczeń sprawia, że istotny przebieg torów tych może w bardzo szerokich wahać się granicach.

Pozostałe dwa klasyczne związki: warunkowania i wykluczania nie posiadają, jak wspomniałem już, swoistego gramatycznego łącznika. Chcąc wyrazić je, posługujemy się (przy pomocy negacji) bądź implikacyjną, bądź minimalną formą zdania, a więc ostatecznie wyrazem przynależności, z której fakt zależności dopiero wtórnie i ogólnikowo na podstawie interpolacyjnego wywodzi się wniosku.

### § 83. *Wytyczenia logistyczne.*

Jak stwierdziłem już na wstępie (§ 3), nowoczesny rachunek logiczny, nie uznający, mimo matematoidalnej swej formy, ilościowego określenia wartości, jest w znacznej mierze ideograficznem tylko tłumaczeniem odwiecznej djalektycznej logiki. Widzimy to m. i. także i w sposobie określenia funkcji, t. j. zależności logicznych zapomocą poszczególnych faktów przyna-

leżności. Podstawowe dla rachunku logicznego równanie „inkonsystencji”[1])

$$ab = o$$

nie stwierdza w istocie nic więcej, jak tylko, że

1. jeślį jest A, to niema B.
2. jeśli jest B, to niema A.

które to dwa specjalne wypadki, nie wyczerpujące wcale faktu ekskluzji, mogą co najwyżej służyć do topologicznego, t. zw. jakościowego jej oznaczenia. Niepoznanie tego stanu rzeczy, bezprawne utożsamianie linji z punktem, zależności z przynależnością, związku jako takiego z jednym tylko widomym jego przejawem — oto, zdaniem mojem, źródło całego szeregu nieporozumień, przez które oddala się w imię rzeczywistości od rzeczywistości „matematyczna filozofja” Russella i jego szkoły.

### § 84. *Indukcja.*

Zadaniem wniosku indukcyjnego jest ustalanie na podstawie konkretnych faktów bytu i nie-bytu pewnych zjawisk istnienia i rodzaju zachodzących między niemi związków. To, czem różni się zasadniczo indukcja od interpolacji, jest okoliczność, że tam dano nam pewne pary faktów zgóry jako przynależne do siebie, t. zn. wynikłe z wewnętrznej bytowej ich zależności, mówiąc logometrycznie: jako punkty, leżące na jednym z torów poszukiwanej hipotetycznej funkcji, w indukcyjnem natomiast założeniu nie znajdujemy tego zasadniczego stwierdzenia. Tutaj dano nam poprostu szereg nagich dwu-faktów współistnienia, współbraku, bytu-braku, dano tak, jak dają nam je zmysły nasze, t. zn. bez jakiejkolwiek wskazówki, czy istnieje wogóle wewnętrzny jakiś między faktami temi związek i jaki. Ten bowiem nie zmysłowym (sensybilnym) już, ale rozumowym (intelligibilnym) jest przedmiotem.

Nie tu oczywiście miejsce na psychologiczną analizę władz, którym zawdzięczamy zdolność relacjonalnego poznania. Z logicznego punktu rzecz biorąc, najszerszą niewątpliwie podstawą, z której, jak widzieliśmy (§ 13), wszystkie hipotetyczne, a pośrednio też i inne logiczne dają się wywieść relacje, jak zasada

---

[1]) Ob. pracę moją: O podstawach myślowych logistyki, Lwów, Gabrynowicz i Schmidt, 1918, str. 15, 16.

równej dyspersji, czyli krócej: prawo przypadku [1]). Ono to uczy nas *a priori*, czy pewien faktyczny zbieg bytów i nie-bytów można uznać za dzieło „przypadku", czy też ujawnia się w niem w sposób konieczny (t. j. oczywisty dla rozumu, acz dla zmysłów niedostępny) obecność wewnętrznej jakiejś między faktami temi przynależności. Jeśli tak, tedy możemy ustalić też i ogólną, funkcjonalną zależność obu zjawisk, bądźto pośrednio przez interpolację, bądź wprost, zapomocą osobnych metod statystycznych. Niestety ani jedna, ani druga droga nie daje wnioskom, do których dochodzi, tej bezwzględnej pewności, jaką mogą inne, np. interpolacyjne, poszczycić się wnioski. Trudność leży w tem, że skończona liczba faktycznych stwierdzeń współbytu, współbraku, bytu-braku nie wystarcza nigdy do absolutnie pewnego stwierdzenia jednego choćby tylko faktu przynależności.

Oto w najkrótszych słowach logometryczny problemat indukcji. Będąc podstawowym dla całej nowożytnej wiedzy, dał on w ostatnich czasach początek nowej, bardzo ogólnej dyscyplinie, znanej pod nazwą „nauki o korelacjach", wzgl. „nomografji", o której już na wstępie (§ 4) była mowa jako o pierwszej próbie prawdziwie logiczno-matematycznej analizy hipotetycznego związku zjawisk.

Niestety ramy pracy niniejszej nie pozwalają mi na obszerniejsze rozwinięcie tej sprawy.

## VIII. Komplikacja.

### § 85. *Wniosek komplikacyjny.*

Jeżeli powiedziano nam, że między dwoma zjawiskami (treściami) zachodzą równocześnie dwa, wzgl. trzy różne hipotetyczne związki, możemy na tej podstawie oznaczyć wartość bytową tychże treści. Nie znajdując narazie lepszego słowa, pozwoliłem sobie nazwać wniosek taki krótko „komplikacją".

---

[1]) Orzeka ono: „Tam, gdzie niema racji do nierównego, następuje równy rozdział wypadków". Związki hipotetyczne są właśnie tem, co narusza ogólną równość rozdziału i czegoobecność każdym takim nierównym zdradza się rozdziałem (§ 10). Logiczne „prawo przypadku" jest równie pewne i ścisłe, jak wszystkie inne; szkoda tylko, że niemożliwem do ścisłego spełnienia wydaje się podstawowe jego założenie, t. j. absolutny brak związku.

W logometrycznej analizie przedstawia się sprawa, jak następuje.

Ponieważ oba związki jednych i tych samych dotyczą zjawisk, których absolutne prawdopodobieństwa są $\alpha$ i $\beta$, możemy zgóry wiedzieć, że oznaczony współrzędnemi temi (neutralny) punkt jest punktem wspólnym obu funkcjom i to naogół jedynym wspólnym ich punktem, a to dlatego, że założona różność związków wymaga różnych wartości $\varepsilon$, a tem samem i różnych dla obu funkcji nachyleń (§ 19). Wynikowa (złożona) funkcja kurczy się zatem do rozmiarów jednego, t. j. neutralnego punktu. Każda zmiana prawdopodobieństw z bezwzględnej wartości $\alpha$ lub $\beta$ na inną jakąś prowadzi do sprzeczności. Mówiąc poprostu, dwu-związek taki jest niemożliwy. Oto jedyny i to niezbyt ciekawy wynik, do którego dochodzimy, przyjmując, że wszystkie cztery parametry: $\alpha$, $\beta$, $\varepsilon$, $\eta$ są nam dane w określonych, cyfrowych wartościach.

Inaczej przedstawia się rzecz, jeśli zamiast czterech absolutnych wartości dano nam dwa relacjonalne równania:

$$\varepsilon_1 = f_1 (\alpha \beta)$$

$$\varepsilon_2 = f_2 (\alpha \beta)$$

przyczem wartości $\alpha$ i $\varepsilon$ uważa się narazie za nieznajome. Trzeci postulat:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

orzeka, że funkcja, której szukamy, ma być jedną podwójną funkcją, a nie dwiema odrębnemi od siebie funkcjami. Wynika stąd postulat:

$$f_3 (\alpha \beta) = 0$$

Wybór neutralnego punktu N nie jest wtedy już całkiem dowolny, lecz musi pewnej funkcjonalnej trzymać się linji.

Klasyczne przykłady takiej komplikacji widzieliśmy najpierw w podwójnych związkach łączności (§ 39) i rozłączności (§ 40), gdzie dwie proste funkcje określały trzecią złożoną. W dalszym ciągu poznaliśmy cztery inne podwójne dwu-związki (§ 41), mocą których jeden z parametrów skrajne bytowe otrzymywał określenie,

drugi natomiast nie otrzymywał żadnego. Ujmując obecnie wyniki te w formę hipotetycznych wniosków, możemy ustalić:

$$(A < B)\ (A > B)\ <\ (A >< B)$$
$$(A \wedge B)\ (A \vee B)\ <\ (A \times B)$$

a w dalszym ciągu:

$$(A < B)\ (A \wedge B)\ <\ (A \sim 0)$$
$$(A > B)\ (A \wedge B)\ <\ (B \sim 0)$$
$$(A < B)\ (A \vee B)\ <\ (B \sim 1)$$
$$(A > B)\ (A \vee B)\ <\ (A \sim 1)$$

Wprowadzając do założenia trzecią jeszcze relację, otrzymujemy jako konkluzję po dwa egzystencjalne określenia:

$$(A < B)\ (A > B)\ (A \wedge B)\ <\ (A \sim 0)\ (B \sim 0)$$
$$(A < B)\ (A > B)\ (A \vee B)\ <\ (A \sim 1)\ (B \sim 1)$$
$$(A < B)\ (A \wedge B)\ (A \vee B)\ <\ (A \sim 0)\ (B \sim 1)$$
$$(A > B)\ (A \wedge B)\ (A \vee B)\ <\ (A \sim 1)\ (B \sim 0)$$

Ogólnie mówiąc: trzy różne klasyczne funkcje przecinają się zawsze w jednym z rogów probabilnego kwadratu. Założenie innych jakichś (nie-klasycznych) trzech związków określałoby inny jakiś, w obrębie kwadratu tego leżący, punkt przynależności jako jedyny, który wszystkim trzem relacjom równocześnie czyni zadość.

## IX. Dedukcja.

§ 86. *„Dedukcją"* hipotetyczną nazywam wniosek, ustalający na podstawie funkcji i jednej współrzędnej wartość drugiej.

Ogólnie:

$$\frac{\begin{array}{c} A\ r\ B \\ w(A) = a_1 \end{array}}{w(B) = b_1}$$

Najpospolitszemi, klasyczno-djalektycznemi odmianami wniosku takiego są: dedukcja „hipotetyczna":

$$\frac{\begin{array}{c} A < B \\ A \sim 1 \end{array}}{B \sim 1}$$

i „rozjemcza".

$$\frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ A \sim 0 \end{array}}{B \sim 1}$$

przyczem naturalnie A i B mogą równie dobrze realne jakieś, jak i relacjonalne oznaczać treści. Np.:

Jeśli istnieje myśl, istnieje jej podmiot;
Myśl moja istnieje;
*Ergo*: Ja istnieję.

Albo: Jeśli Bóg jest sprawiedliwy, każda zbrodnia będzie ukarana.
Bóg jest sprawiedliwy.
*Ergo*: Każda zbrodnia będzie ukarana. I t. p.

Z logometrycznego stanowiska przedstawia się każdy taki dedukcyjny wniosek jako proste podstawienie w hipotetycznem równaniu zależności pod ogólny symbol argumentu (a) specjalnej jakiejś wartości ($a_1$), wskutek czego przynależna wartość funkcji ($b_1$) w koniecznem wyłania się następstwie. Symbolicznie:

$$(A \; r \; B) \; (A = A_1) \; < \; (B = B_1)$$

Podstawiając zaś w ogólnym wzorze związku obie ustalone w ten sposób wartości, otrzymujemy zamiast prostego, funkcjonalnego sądu:

$$A \; r \; B$$

aktualny trójsąd:

$$A_1 \; r \; B_1$$

zamiast „funkcji zdaniowej" — powiedziałby Russel — „zdanie".

O ile dany hipotetyczny związek posiadał dodatkowe jakieś (miejscowe, czasowe, częstotliwe. predykatywne, przyczynowe, modalne) określenia, przechodzą one wraz z resztą treści z założenia na konkluzję, z zależności na przynależność.

## X. Syllogizm.

### § 87. *Syllogizm matematyczny.*

Przechodząc obecnie do tych typów wniosku, przy których dwie relacjonalne przesłanki dają relacjonalną konkluzję, zajmiemy się najpierw syllogizmem, przyczem za punkt wyjścia posłuży nam matematyczna jego odmiana.

Oto dano nam dwa funkcjonalne równania:

$$f_1 \; (xy) = 0$$
$$f_2 \; (yz) = 0$$

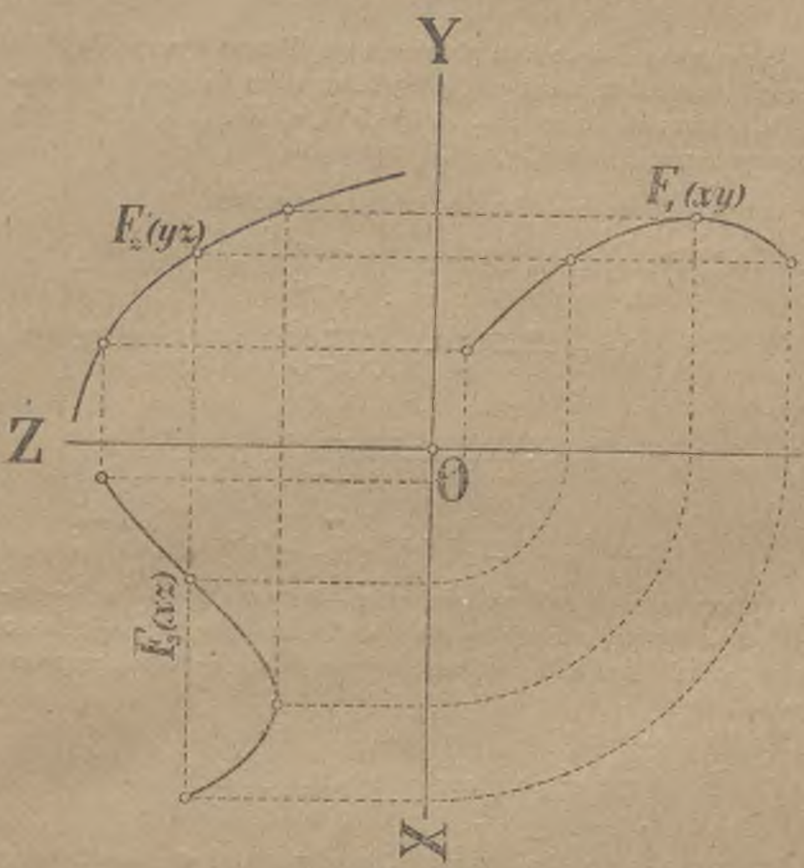



Fig. 23.

których geometryczny obraz (Fig. 23) widzimy w krzywych $F_1$ (xy) i $F_2$ (yz). Wspólność zmiennej y pozwala nam tu ściągnąć dwa układy współrzędnych OXY i OYZ w jeden podwójny układ OXYZ posiadający jedną wspólną oś OY.—Wyrugowanie zmiennej y ustala między pozostałemi dwiema zmiennemi nowe funkcjonalne równanie

$$f_3\ (xz) = 0$$

a w geometrycznym obrazie trzecią krzywą $F_3$ (xz). I oto mamy przed sobą matematyczny syllogizm, znamienny tem, że wniosek wynika tu ze współistnienia (współważności) dwóch przesłanek przez wyrugowąnie wspólnego wyrazu.

## § 88. *Syllogizm hipotetyczny.*

Te same zasadnicze dwa probierze wspólnego wyrazu i współważności przesłanek znamionują syllogizm hipotetyczny. Dano nam dowolne dwa związki: A $r_1$ B i B $r_2$ C, których parametry są: $\alpha$, $\beta$, $\varepsilon$ i $\beta$, $\gamma$, $\eta$ [1])

Mamy tedy przed sobą dwa dwu-równania:

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)}, \; \mathrm{a} \quad \ldots \quad \text{I.}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\beta(1-\beta)}, \; \mathrm{b} \quad \ldots \quad \text{II.}$$

tudzież:

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma - \eta}{1 - \beta} + \frac{\eta - \beta\gamma}{\beta(1-\beta)}, \; \mathrm{b} \quad \ldots \quad \text{III.}$$

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \eta}{1 - \gamma} + \frac{\eta - \beta\gamma}{\gamma(1-\gamma)}, \; \mathrm{c} \quad \ldots \quad \text{IV.}$$

Wyrugowanie wspólnej zmiennej—w tym wypadku b—następuje tu z natury rzeczy w ten sposób, że obliczoną z jednego dwurównania funkcjonalną wartość tejże wstawiamy jako argument w drugie.

Możliwe to jest:

1. przez połączenie równań I i III
2. „ „ „ II i IV.

W pierwszym wypadku otrzymujemy wartość **c** jako funkcję wartości a, w drugim przeciwnie, wartość **a** jako funkcję wartości c.

Powstaje w ten sposób równanie **V:**

$$\mathbf{c} = \frac{(\beta-\varepsilon)(\eta-\beta\gamma) + (\gamma-\eta)(1-\gamma)\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)\beta} + \frac{(\varepsilon-\alpha\beta)(\eta-\beta\gamma)}{\alpha\beta(1-\alpha)(1-\beta)} \, \mathrm{a}$$

i równanie **VI:**

$$\mathbf{a} = \frac{(\beta-\eta)(\varepsilon-\alpha\beta) + (\alpha-\varepsilon)(1-\gamma)\beta}{(1-\gamma)(1-\beta)\beta} + \frac{(\varepsilon-\alpha\beta)(\eta-\beta\gamma)}{\beta\gamma(1-\beta)(1-\gamma)} \, \mathrm{c}$$

---

[1]) W figurze 24 przyjęto:

$\alpha = 0{,}3 \quad \beta = 0{,}4 \quad \varepsilon = 0{,}25$

$\beta = 0{,}4 \quad \gamma = 0{,}6 \quad \eta = 0{,}1$

Geometryczne obrazy wszystkich równań oznaczone są w Fig. 24 temi samemi, co równania, rzymskiemi cyframi.

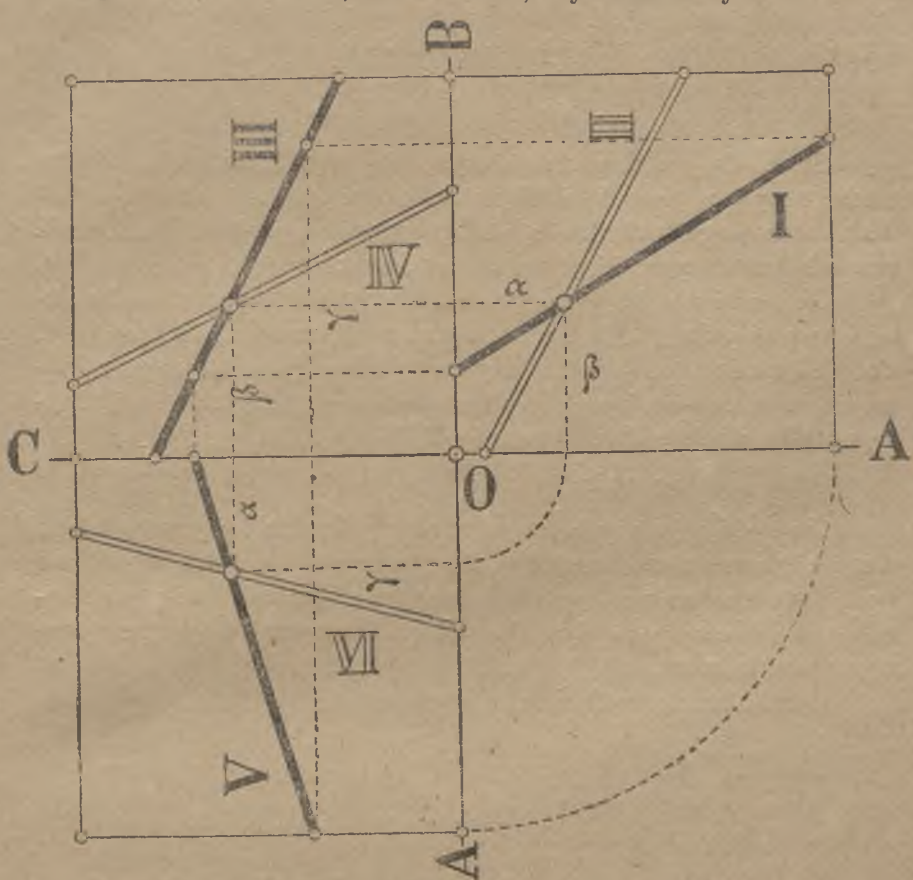



Fig. 24.

### *§ 89. Ogólne prawo syllogizmu.*

Nasuwa się przedewszystkiem pytanie, czy równania **V** i **VI** czynią zadość tym warunkom, które uznaliśmy w swoim czasie (§ 18) za ogólne znamiona „równań sprzężonych", t. zn. które muszą być spełnione, aby dwa funkcjonalne równania mogły uchodzić za tory jednej hipotetycznej funkcji, za hipotetyczne dwu-równanie.

1-szy sprawdzian: Punkt przecięcia posiada współrzędne:

$$a = \alpha$$
$$c = \gamma$$

linje przecinają się w neutralnym punkcie.

2-gi sprawdzian: Stosunek pochodnych jest:

$$\frac{\left(\frac{dc}{da}\right)}{\left(\frac{da}{dc}\right)} = \frac{\gamma\,(1-\gamma)}{\alpha\,(1-\alpha)}$$

Skoro tedy oba sprawdziany dają wynik dodatni, musimy uznać zespół równań **V** i **VI** za hipotetyczne dwu-równanie nowego związku $r_3$ (AC), przyczem ogólność założenia pozwala nam wygłosić następujące prawo:

Jeżeli dwie współważne hipotetyczne funkcje posiadają jeden wyraz (termin) wspólny, to pozostałe dwa wyrazy znajdują się również w stosunku hipotetycznej zależności, którą określa właśnie dwu-równanie **V/VI**.

Albo ontologicznie:

Jeżeli jakieś zjawisko wchodzi w skład dwóch naraz związków, to pozostałe dwa w skład ich wchodzące zjawiska znajdują się również w pewnym ściśle określonym hipotetycznym związku.

Symbolicznie w formie łańcuchowej:

$$\begin{array}{c} A\ r_1\ B \\ B\ r_2\ C \\ \hline A\ r_3\ C \end{array}$$

albo w formie okresu:

$$(A\ r_1\ B)\ (B\ r_2\ C) < (A\ r_3\ C)$$

albo, jeszcze krócej, w formie zdania:

$$r_1\ (AB)\ r_2\ (BC) < r_3\ (AC)$$

Nazwiemy prawo to ogólnem prawem syllogizmu. Porównywając je ze znanym pod nazwą: „zasady syllogizmu” pewnikiem logiki algebraicznej:

$$(A < B)\ (B < C) < (A < C)$$

przekonywamy się, że ta ostatnia jest całkiem specjalnym tylko wypadkiem naszego „ogólnego syllogicznego prawa”. Wprowadzono tam bowiem jako przesłanki dwie implikacje, a więc specjalne wypadki klasycznego związku, który znów jest specjalnym wypadkiem ogólno-hipotetycznej zależności.

## § 90. *Parametr* $\vartheta$.

W zakresowym obrazie (Fig. 25) przedstawiają się dziedziny trzech zjawisk A, B i C jako trzy koła o powierzchniach $\alpha$, $\beta$ i $\gamma$. O ile między zjawiskami temi niema żadnego bytowego związku, prawdopodobieństwo współistnienia dwóch zjawisk mierzy się iloczynami $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ i $\alpha\gamma$, a graficznie wielkością trzech soczewkowatych powierzchni pokrycia. Jeżeliby wskutek zaistnienia hipotetycznego związku zmieniła się powierzchnia jednej z soczewek (np. z wartości $\alpha\beta$ na wartość $\varepsilon$), zmiana ta nie miałaby na wielkość pozostałych dwuch soczewek żadnego wpływu. Dopiero zaistnienie dwuch naraz związków, zmieniające wielkość dwóch pokryć-soczewek (na $\varepsilon$ i $\eta$) nie może już pozostać bez wpływu na wielkość trzeciego, które musi wtedy także zmienić normalną (probabilną) swą wartość $\alpha\gamma$ na specjalną (koracjonalną) wartość $\vartheta$.

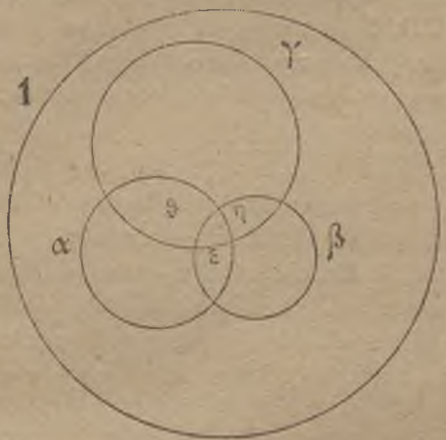


Fig. 25.

Aby oznaczyć ją, wystarczy zrównać którykolwiek z czterech parametrów K, L, M, albo N ogólnego hipotetycznego dwu-równania (§ 13) z odpowiednim parametrem obliczonego powyżej wniosku V/VI, np.:

$$\frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\alpha\,(1 - \alpha)} = \frac{(\varepsilon - \alpha\beta)\,(\eta - \beta\gamma)}{\alpha\beta\,(1 - \alpha)\,(1 - \beta)}$$

albo:

$$\frac{\gamma - \vartheta}{1 - \alpha} = \frac{(\beta - \varepsilon)\,(\eta - \beta\gamma) + (\gamma - \eta)\,(1 - \alpha)\,\beta}{(1 - \alpha)\,(1 - \beta)\,\beta}$$

Wszystkie te cztery równania dają zgodnie jeden i ten sam wynik:

$$\vartheta = \alpha\gamma + \frac{(\varepsilon - \alpha\beta)\,(\eta - \beta\gamma)}{\beta\,(1 - \beta)}$$

przyczem z reguły:

$$\vartheta \gtrless \alpha\gamma$$

chyba żeby jedna z przesłanek żadnego nie posiadała ekscesu (§ 10, 20).

Aby uniknąć nieporozumienia, zaznaczę z naciskiem, że obliczona w ten sposób konkluzja (wartość $\vartheta$) o tyle tylko jest ważna, o ile zjawiska A i C nie były związane ze sobą poza wspólnem ogniwem B jeszcze i n n ą jakąś relacją, która z natury rzeczy zmieniłaby j u ż p i e r w e j normalną, probabilną wartość pokrycia $\alpha\gamma$ na jakąś inną. Jeśliby tak było, tedy istnienie przesłankowych relacji $r_1$ (AB) i $r_2$ (BC) zmienia ją w dalszym jeszcze ciągu. Jak ? Zajmujące to pytanie — ile że dotyczy związku trzech zmiennych—przekracza zakres binarnej (płaskiej) logometrji, do którego w pracy niniejszej się ograniczam.

*§ 91. Syllogiczne prawo znaku.*

Z obliczonego powyżej równania wynika też jasno s y l l o g i c z n e p r a w o z n a k u, w myśl którego dodatni albo ujemny charakter wniosku (t. zn. dodatnia albo ujemna wartość ekscesu $\vartheta-\alpha\gamma$) zależy od stosunku, w jakim pozostają do siebie znaki przesłanek. Z p r z e s ł a n e k r ó w n e g o z n a k u w y n i k a w n i o s e k d o d a t n i, z r ó ż n o z n a c z n y c h u j e m n y.

*§ 92. Syllogiczne prawo ścisłości.*

Z ogólnego dwu-równania wniosku **V/VI** wynika wreszcie bezpośrednio syllogiczne prawo wpływu:

$$\left(\frac{d\mathbf{c}}{da}\right) = \left(\frac{d\mathbf{c}}{db}\right)\left(\frac{d\mathbf{b}}{da}\right)$$

$$\left(\frac{d\mathbf{a}}{dc}\right) = \left(\frac{d\mathbf{a}}{db}\right)\left(\frac{d\mathbf{b}}{dc}\right)$$

Słowami: W p ł y w, w z g l. z a l e ż n o ś ć w n i o s k o w a r ó w n a s i ę i l o c z y n o w i w p ł y w ó w (z a l e ż n o ś c i) p r z e s ł a n k o w y c h, skąd już tylko krok jeden do s y l l o g i c z n e g o p r a w a ś c i s ł o ś c i:

$$\zeta_3 = \zeta_1 \cdot \zeta_2$$

słowami: ś c i s ł o ś ć (§ 20) s y l l o g i c z n e g o w n i o s k u r ó w n a s i ę i l o c z y n o w i ś c i s ł o ś c i p r z e s ł a n e k. Że zaś przesłankowe te ścisłości nie mogą, jak wiemy (§ 22), nigdy przekroczyć granic $\pm 1$, więc jasne jest, że ś c i s ł o ś ć w n i o s k u n i e m o ż e n i g d y p o d w z g l ę d e m a b s o l u t n e j w a r t o ś c i p r z e ś c i g n ą ć ż a d n e j z p r z e s ł a n e k, ile że każda z nich przyczynia się

do rozluźnienia wnioskowej relacji. Tylko podwójne (jednotorowe) związki łączności i rozłączności (§ 39, 40), wprowadzone jako przesłanki, nie obniżają współczynnika ścisłości.

### *§ 93. Łańcusznik.*

Jeżeli dano nam jako przesłanki kilka (trzy lub więcej) związków hipotetycznych, dających się zestawić tak, aby zawsze dwa z nich miały wyraz wspólny, możliwy jest syllogizm złożony, zwany „ł a ń c u s z n i k i e m”.

$$\begin{array}{ccc} A & r_1 & B \\ B & r_2 & C \\ C & r_3 & D \\ . & . & . \\ G & r_m & H \\ \hline A & r_n & H \end{array}$$

albo w formie okresu:

$$(A\ r_1\ B)\ (B\ r_2\ C)\ (C\ r_3\ D)\ \ldots\ (G\ r_m\ H) < (A\ r_n\ H)$$

albo w formie zdania:

$$r_1\ (AB) \cdot r_2\ (BC) \cdot r_3\ (CD) \ldots r_m\ (GH) < r_n\ (AH)$$

Dodatni lub ujemny charakter wniosku takiego zależy od parzystej lub nieparzystej liczby przesłanek ujemnych; ścisłość jego równa się iloczynowi ścisłości wszystkich przesłanek.

### *§ 94. Wielokąt logiczny.*

Nie bez korzyści może będzie, jeśli przedstawimy sobie łańcuchowy taki pochód myśli obrazowo, za pomocą geometrycznej figury. (Fig. 26).




Fig. 26.

Wyobraźmy sobie pewien układ zależnych od siebie zjawisk A, B, C, .... jako szereg punktów tego samego nazwiska; zachodzące między zjawiskami temi relacje wyrazimy graficznie

przez prostolinijne między punktami tego połączenia: AB, BC, CD, i t. d. Znamienny wreszcie dla syllogizmu stosunek koegzystencji (współważności) przesłanek znajdzie konsekwentnie wyraz w szeregu tępych kątów między prostemi temi zawartych. Powstaje w ten sposób figura — nazwiemy ją „logicznym wielobokiem" — pozwalająca nam objąć jednym rzutem oka a także śledzić we wszystkich pośrednich stadjach syllogiczny sposób wnioskowania. Widzimy mianowicie, jak konstrukcja cała rozpada się na szereg poszczególnych trójkątów-syllogizmów, przyczem każda z pośrednich przekątni przedstawia syllogiczny wynik poprzedzających przesłanek, a ostatnia, zamykająca wielobok, ostateczną konkluzję łańcusznika, dla której obojętną zgoła jest rzeczą, czyśmy uświadamiali sobie, czy nie uświadamiali wszystkie wnioski pośrednie. Widzimy następnie, jak wskutek tępości kątów (t. zn. koegzystencjalnego stosunku przesłanek; por. § 115) przekątnie wydłużają się coraz bardziej, co znaczy, że wraz z rosnącą liczbą przesłanek wniosek łańcuchowy staje się coraz luźniejszy. Nic bowiem nie broni nam przedstawiać graficznie i mierzyć ścisłości związków krótkością prostolinijnego między danemi punktami połączenia. Im dłuższy bok, tem bardziej przydłuża on przyległą przekątnię i wszystkie następne. Oto w geometrycznym obrazie syllogiczne prawo ścisłości (§ 92).

## XI. „Syllogizmy klasyczne".

### *§ 95. Syllogizm klasyczny.*

„Klasycznym" nazywam syllogizm, którego przesłanki, zarówno jak wniosek, są sądami klasycznemi (§ 29). Weźmy jako przykład dwie implikacyjne przesłanki, a więc związek:

$$A < B$$

określony typowem (§ 31) dwu-równaniem:

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} \cdot \mathrm{a}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha}{\beta}\, \mathrm{b}$$

tudzież związek:

$$B < C$$

określony dwu-równaniem:

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma - \beta}{1 - \beta} + \frac{1 - \gamma}{1 - \beta} \cdot \mathbf{b}$$

$$\mathbf{b} = \frac{\beta}{\gamma} \cdot \mathbf{c}$$

Eliminacja wspólnego wyrazu daje trzecie dwu-równanie:

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \gamma}{1 - \alpha} \cdot \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha}{\gamma} \cdot \mathbf{c}$$

a więc znowu typowy wyraz implikacji:

$$A < C$$

Oto logometryczny wywód jednego z ostatecznych, jak twierdzą, pewników, znanego pod nazwą: „zasady syllogizmu“: „jeżeli A wymaga B, a B wymaga C, to A wymaga C“.

A teraz drugi, mniej znany przykład, w którym przesłankami są: minimalizacja i ekskluzja (§ 34, 33). A więc:

$$\mathbf{b} = 1 - \frac{1 - \beta}{\alpha} \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = 1 - \frac{1 - \alpha}{\beta} \cdot \mathbf{b}$$

tudzież:

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma}{1 - \beta} - \frac{\gamma}{1 - \beta} \cdot \mathbf{b}$$

$$\mathbf{b} = \frac{\beta}{1 - \gamma} - \frac{\beta}{1 - \gamma} \cdot \mathbf{c}$$

Eliminacja wspólnego wyrazu daje typowe równania warunku (§ 32):

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha - \gamma}{1 - \gamma} + \frac{1 - \alpha}{1 - \gamma} \cdot \mathbf{c}$$

Mamy zatem syllogiczny wzór:

$$(A \vee B)\ (B \wedge C) < (A > C)$$

Do tych samych, rozumie się, wyników dochodzimy, podstawiając w ogólnych równaniach wniosku **V** i **VI** (§ 88) odpowiednie wartości pokrycia $\varepsilon$ i $\eta$, Najkrócej wszakże i najpros-

ciej prowadzi do celu podstawienie wartości tych w ogólne równanie $\vartheta$ (§ 90):

$$\vartheta = \alpha\gamma + \frac{(\varepsilon - \alpha\beta)\,(\eta - \beta\gamma)}{\beta\,(1 - \beta)}$$

I tak np. przez podstawienie:

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\eta = \beta$$

otrzymuję znamienną dla implikacji wartość:

$$\vartheta = \alpha$$

a przez podstawienie:

$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$
$$\eta = 0$$

otrzymuję:

$$\vartheta = \gamma$$

t. j. probierz warunku (A > C).

Podobnie daje mi podstawienie:

$$\varepsilon = 0$$
$$\eta = \gamma$$

cechę ekskluzji (A ∧ C):

$$\vartheta = 0$$

a z podstawienia:

$$\varepsilon = \beta$$
$$\eta = \beta + \gamma - 1$$

wynika probierz zastępstwa (A ∨ C)

$$\vartheta = \alpha + \gamma - 1$$ Itd.

## § 96. *Założenia jałowe.*

Niestety nie każde zestawienie klasycznych przesłanek prowadzi do klasycznego wniosku. I tak np., rugując z równań wymagania i warunku albo wykluczania i wykluczania wyraz wspólny, otrzymujemy jako wniosek hipotetyczne funkcje, nie należące do żadnego z czterech klasycznych typów. Wynika to także i z następującego rozważania. Klasyczny wniosek wtedy tylko jest możliwy, jeśli wynikająca z pierwszej przesłanki dodatnia lub ujemna pewność B, wstawiona jako argument w drugą, daje dodatnią lub ujemną pewność C. Że zaś, jak widzieliśmy (§ 31—34), w prostych klasycznych związkach ważne są zawsze tylko dwa wypadki: pewność—pewność na cztery wogóle możliwe, przeto klasyczny wniosek tam tylko dojść może

do skutku, gdzie te dwa syllogiczne, że tak powiem, haczki w obu przesłankach w tem samem przypadają miejscu, co nie zawsze się zdarza. I tak np., mając dane za przesłanki dwie ekskluzje, widzimy, że wynikająca z jednej przesłanki pewność B jest zawsze ujemna, gdy tymczasem tylko dodatnia pewność B, wstawiona w drugą przesłankę, może dać (ujemną w tym wypadku) pewność C. „Wniosek jest niemożliwy"— powiada wtedy prawowierny uczeń Arystotelesa.

### § 97. *Klasyczne wzory syllogiczne.*

Przeprowadzając analizę tę na wszystkich szesnastu wogóle możliwych kombinacjach przesłanek, przychodzimy do przekonania, że tylko połowa z nich, t. j. o s i e m, prowadzi do klasycznego wniosku. Dla tem lepszego ujęcia ich i spamiętania pozwoliłem sobie obyczajem szkolnych logików wprowadzić pewne mnemotechniczne dla nich nazwy. Wybór tychże wynika niejako sam z zestawienia początkowych zgłosek: I m(p l i c a t i o), C o n(d i t i o), E x(c l u s i o), M i n(i m a l i t a s). Oto ich zestawienie:

| I | II | III | IV |
|---|---|---|---|
| Imimim | Exconex | Cominmin | Minexcon |
| $A < B$ | $A \wedge B$ | $A > B$ | $A \vee B$ |
| $B < C$ | $B > C$ | $B \vee C$ | $B \wedge C$ |
| $A < C$ | $A \wedge C$ | $A \vee C$ | $A > C$ |
| Cococon | Imexex | Minimmin | Exminim |
| $A > B$ | $A < B$ | $A \vee B$ | $A \wedge B$ |
| $B > C$ | $B \wedge C$ | $B < C$ | $B \vee C$ |
| $A > C$ | $A \wedge C$ | $A \vee C$ | $A < C$ |

Ułożyłem zaś powyższych osiem klasycznych wzorów, czyli „f i g u r" wniosku w cztery, rzymskiemi cyframi oznaczone kolumny, które nazwę „t y p a m i". Podział taki wydaje mi się koniecznym ze względu na bliskie pokrewieństwo, w którem pozostają do siebie zawsze po dwa wnioski jednego typu. Więcej to niż pokrewieństwo. Wnioski takie bowiem są formalnie różnym wyrazem jednego i tego samego w rzeczywistości układu. Całą między niemi różnicę stanowi kierunek, w którym idzie w obu wypadkach myśl nasza, t. zn. porządek przesłanek, przyczem naturalnie odwrócenie kierunku zmienia implikację na warunek, a warunek na implikację (§ 36).

Weźmy jako przykład epikurejskie rozumowanie: „Nadmierne użycie powoduje szkody; szkody wykluczają szczęście. *Ergo*: Nadmierne użycie wyklucza szczęście". Odwracając przyczynowy ten tok myśli na celowy, otrzymujemy następujący syllogizm: „Jeśli chcesz być szczęśliwy, musisz unikać szkód; aby uniknąć szkód musisz strzec się nadmiernego użycia. *Ergo*: Jeśli chcesz być szczęśliwy, strzeż się nadmiernego użycia". W pierwszym wypadku mieliśmy wniosek Imexex, w drugim wypadku Exconex; wnioski formalnie różne, które jednak, ile że jednego i tego samego układu dotyczą, także i w teorji do jednego trzeba zaliczyć typu.

Weźmy drugi przykład, tym razem z IV-tej kolumny: „Jeśli nie będziesz się uczyć, padniesz przy egzaminie; jeśli padniesz, nie będziesz miał wakacji. *Ergo*: „Jeśli nie będziesz się uczyć, nie będziesz miał wakacji". To wzór Minexcon. Zmiana przyczynowego toku na celowy daje syllogizm typu Exminim: „Jeśli chcesz mieć wakacje, nie możesz paść przy egzaminie; aby nie paść, musisz się uczyć". *Ergo*: Jeśli chcesz mieć wakacje musisz się uczyć.. I t. p.

Wewnętrzna ta jedność typu uwydatnia się najjaśniej w zakresowem przedstawieniu wzorów, przyczem nie bez korzyści będzie zastąpienie używanych pospolicie kół Eulera prostszemi jeszcze, prostolinijnemi obrazami. W rysunku naszym (Fig. 27)

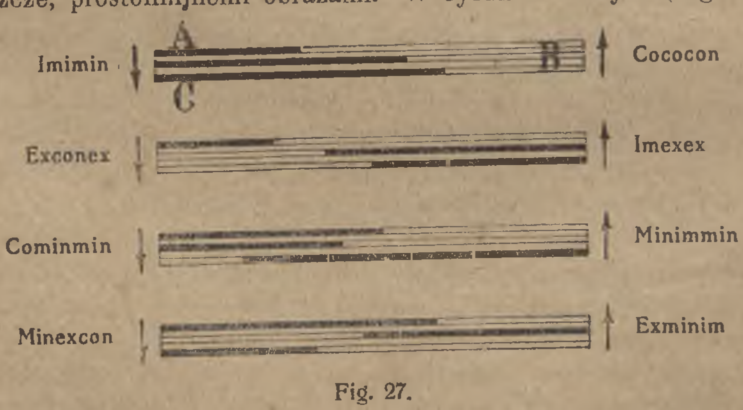



Fig. 27.

przedstawiają trzy równoległe grube kreski długością swoją i wzajemnem położeniem układ zakresów A, B i C mieszczących się we wspólnym ogólnym zakresie możliwości (*Einsgebiet, the universe of discourse*). Wynikający z obu przesłankowych, konkluzyjny stosunek zakresów A i C ujawnia się wtedy naocznie wzajemnem położeniem obu skrajnych kresek, górnej i dol-

nej, przyczem naturalnie od własnego naszego wyboru zależy, czy od góry zaczniemy rozumowanie, czy od dołu. Stąd rozróżnienie dwuch wzorów w każdym typie.

Wnioski pierwszego typu nazwiemy krótko „inkluzyjnemi", wnioski drugiego typu „ekskluzyjnemi", wnioski trzeciego typu „dylematycznemi", wreszcie wnioski czwartego typu „dyzjunkcyjnemi". W pierwszym i czwartym typie konkluzje są dodatnie ($\zeta > 0$), w drugim i trzecim ujemne ($\zeta < 0$). Wynika to z syllogicznego prawa znaku (§ 91), ile że w pierwszym wypadku obie przesłanki równego są znaku, przeciwnego w drugim.

Rozumie się, że zmieniając zapomocą negacji jedną klasyczną formę sądu na drugą (§ 35), zmieniamy tem samem i wzór syllogizmu. I tak np. wystarczy w ostatnim przykładzie podstawić pod dodatnie pojęcie „paść" ujemne pojęcie: „nie zdać egzaminu", aby zamiast dyzjunkcyjnych wystąpiły inkluzyjne wzory: *Cococon* i *Imimim*.

## *§ 98. Syllogizm predykatywny.*

Jeżeli obie przesłanki zawierały obok stwierdzenia bytowej zależności dodatkowe jakieś (modalne, czasowe, miejscowe), jej określenia (§ 58, 69), to te przechodzą—o ile były w obu przesłankach jednakie — także i na konkluzję. Dotyczy to w szczególności określeń logicznego miejsca (§ 48, 52), na której to podstawie możemy rozróżniać syllogizmy predykatywne i przyczynowe.

W dziedzinie predykatywnego syllogizmu rozróżniali szkolni logicy właściwie dwa tylko zasadnicze typy *Barbara* (=*Imimim*) *i Celarent* (=*Imexex*); ubóstwo to tłumaczy się niewątpliwie tem, że w pozostałych sześciu klasycznych wzorach występują związki warunkowania i zastępowania, które w predykatywnej interpretacji wymagałyby podmiotów ujemnych: „Nie—S nie jest P" „Nie—S jest P". Tych zaś w mowie nie używamy. Wprowadzając je w logice, powiększamy liczbę predykatywnych wzorów syllogizmu na pełnych osiem różniących się od ośmiu ogólnych (czysto hipotetycznych) wzorów jedynie dodatkowym postulatem punktu (§ 48) [1].

[1] Np.: Arjanie nie wierzyli w boskość Chrystusa. Niewierzący w boskość Chrystusa nie jest chrześcijaninem. *Ergo*: Arjanie nie byli chrześcijanami (wzór *Exconex*). Albo: Kto nie ma pragnień, nie zna zawodów. Kto nie zna zawodów, jest szczęśliwy. *Ergo*: Kto nie ma pragnień, jest szczęśliwy (wzór *Cominmin*). I t. p.

### *§ 99. Ex mere negativis.*

Rozszerzając w ten sposób zakres predykatywnego syllogizmu, obalamy szkolny przesąd, w myśl którego *ex mere negativis nihil sequitur.* Zapewne: dwie ekskluzje nie dają klasycznego wniosku, ale ekskluzja nie jest, jak widzieliśmy właśnie, jedyną przedstawicielką ujemnej predykacji. A już zgoła fałszywą staje się teza powyższa wobec ściśle (logometrycznie) określonych przesłanek, z których, jak wiemy (§ 89), zawsze jakiś— i to ściśle określony — wynika wniosek.

### *§ 10 . Syllogizmy warunkowe i rozjemcze.*

Znacznie mniej wagi i miejsca poświęciła logika szkolna syllogizmom „warunkowym“ (=hipotetycznym), do których zalicza oprócz syllogizmów właściwych także i wnioski dedukcyjne (§ 86) typu:

Jeśli istnieje A, istnieje B.
A istnieje.
*Ergo*: B istnieje

nie zalicza natomiast wniosków „rozjemczych”, jakkolwiek dyzjunkcja jest, jak wiemy (§ 40), specjalną tylko odmianą hipotetycznej zależności. Podział zatem, jak w sądach, tak i tu, gramatyczny jest raczej, niż logiczny. Z jednej strony implikacyjny łącznik „jeśli—to”, z drugiej dyzjunkcyjny „albo—albo”.

Między określonemi w ten sposób dyzjunkcyjnemi wnioskami rozróżniano znów:

1. „dylematyczne”, znamienne tem, że wniosek również rozjemczym był sądem:

S jest albo P, albo Q
Jeśli S jest Q, to S jest R
*Ergo*: S jest albo P, albo R.

2. „rozjemcze” w ściślejszem słowa znaczeniu, t. zn. takie, które do „kategorycznej” prowadzą konkluzji:

S jest albo P, albo Q
S nie jest Q
*Ergo*: S jest P.

Klasyczny ten podział zgadza się w ogólnych zarysach z tym, który u nas (§ 97) różni trzeci typ syllogizmu od czwartego; stąd te same, co u klasyków, nazwy. Tem konieczniejszem wszakże staje się pewne zastrzeżenie. Gramatyczny łącznik „albo — albo” symbolizuje nie prostą relację zastępstwa (§ 34), lecz po-

dwójny związek rozłączności (§ 40), wskutek czego klasyczne wzory „dylematu" i „dyzjunkcji" różnią się od naszych, ściślej mówiąc, przedstawiają specjalny wypadek tychże, taki mianowicie, w którym minimalna przesłanka zastąpioną została przez rozłączną:

**Klasyczny dylemat.**

wzoru *Cominmin*.

$$\begin{array}{c} A > B \\ B \times C \\ \hline A \times C \end{array}$$

wzoru *Minimmin*.

$$\begin{array}{c} A \times B \\ B < C \\ \hline A \times C \end{array}$$

**Klasyczna dyzjunkcja.**

wzoru *Minexcon*.

$$\begin{array}{c} A \times C \\ B \wedge C \\ \hline A > C \end{array}$$

wzoru *Exminim*.

$$\begin{array}{c} A \wedge B \\ B \times C \\ \hline A < C \end{array}$$

### *§ 101. Błędny dylemat.*

Zmiana taka prostego zastępstwa na rozłączność może przy wniosku dyzjunkcyjnym bez żadnych odbyć się zastrzeżeń. Inaczej w dylemacie. Jeżeli, np. bankrut, postawiwszy wszystko na ostatnią kartę, powiada sobie:

Albo wygram, albo przegram,
Jeśli przegram, jestem zgubiony,
*Ergo*: Albo wygram, albo jestem zgubiony,

to konkluzja jego jest mylna, o ile naturalnie łącznikowi „albo —albo" jednakie zawsze i właściwe, dyzjunkcyjne nadawać będziemy znaczenie. Gdy bowiem gracz, który postawił, ma przed sobą istotnie dwie wykluczające się możliwości: albo wygrać, albo przegrać, to logika wcale nie zabezpiecza go przed możliwością zguby, mimo wygrania. Poprawnym jedynie, byłby wniosek: „Wygram lub zginę"[1], w ogólnych symbolach:

$$\begin{array}{c} A \times B \\ B < C \\ \hline A \vee C \end{array}$$

---

[1]) W potocznym i naukowym nawet stylu nie przestrzega się niestety dość ściśle tej zasadniczej między oboma łącznikami różnicy, co, zdaniem mojem, spowodowało fatalną w skutkach niejasność logistycznego pojęcia „sumy" (§ 126, 132).

Łatwo to logometrycznie udowodnić. Mając dane równanie dyzjunkcji (§ 40)

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = 1$$

i dwurównanie implikacji (§ 31).

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma - \beta}{1 - \beta} + \frac{1 - \gamma}{1 - \beta}\,\mathbf{b}$$

$$\mathbf{b} = \frac{\beta}{\gamma}\,\mathbf{c}$$

otrzymujemy (przez wyrugowanie wspólnego wyrazu b i podstawienie: $\beta + \gamma = 1$) tę samą, co w zwykłym wniosku *Minimmin*, zastępczą tylko (a nie rozłączną) konkluzję:

$$\mathbf{c} = 1 - \frac{1 - \gamma}{\alpha} \cdot \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = 1 - \frac{1 - \alpha}{\gamma} \cdot \mathbf{c}$$

## XII. Syllogizm ogólnikowy.

### *§ 102. Syllogizmy nieścisłe.*

Jeśli jedna choćby tylko przesłanka była sądem problematycznym (§ 65), musi nim być także i konkluzja. Rzecz jasna: wiedza nie może rodzić się z niewiedzy. To samo dotyczy sądów ogólnikowych (§ 67). Ogólne prawa entropji (§ 77) i ścisłości (§ 92) złożyły się na starą szkolną regułę: „*Peiorem sequitur semper conclusio partem*". „Gorsza" znaczy w tym wypadku: „mniej ścisła".

Syllogizmem ogólnikowym nazwiemy taki, którego konkluzja jest sądem ogólnikowym. Ten może, jak wiemy (§ 62), w najrozmaitszych racjonalnych i faktycznych występować odmianach: possybilnej (§ 68), częściowej (§ 70), miejscowej, czasowej, częstotliwej (§ 71). W logometrycznem ujęciu wszystkie te odmiany można traktować razem ze wspólnego punktu wartości bytowej wzgl. współbytowej (§ 62). Mała korzyść poznawcza, jaką przynoszą nam sądy ogólnikowe (§ 68, 70), pozwala mi też i ze sprawą wniosków ogólnikowych w dość pobieżny załatwić się sposób. Dla kazuistyki szkolnej był to, jak wiadomo, jeden z najulubieńszych tematów. Logistyka nowoczesna, nie uznająca pośrednich wartości, pomija go wyniosłem milczeniem.

## § 103. Z klasycznych przesłanek.

Jeżeli powiedziałem przed chwilą, że do ogólnikowości sylogizmu wystarcza obecność jednej ogólnikowej przesłanki, nie znaczy to, aby była ona konieczna. Istnieją bowiem wypadki, w których dwie klasyczne relacje ogólnikową tylko dają konkluzję [1]). Mam tu przedewszystkiem na myśli owych osiem możliwych między klasycznemi przesłankami kombinacji, o których stwierdziliśmy swojego czasu (§ 96), że nie dają klasycznego wniosku. Możemy łatwo unaocznić je sobie wszystkie za pomocą takich samych, jak tam (§ 97), trójlinjowych wzorów. A oto ich zestawienie:

1. $(A < B)\ (B > C) > (A \not\vee C)$

A nie zastępuje C, bo istnieje w obrębie ogólnej możliwości dziedzina B' (nie—B), gdzie niema ani A ani C.

2. $(A < B)\ (B \vee C) < (A \not> C)$

A nie warunkuje C, bo zakres B', zawierający wypadki C, nie zawiera wypadków A. Istnieją zatem wypadki A'C.

3. $(A > B)\ (B < C) < (A \not\wedge C)$

A nie wyklucza C, bo zakres B jest wspólny, istnieją zatem wypadki AC.

4. $(A > B)\ (B \wedge C) < (A \not< C)$

A nie wymaga C, bo w obrębie A jest dziedzina B, w której gromadzą się wypadki AC'.

5. $(A \wedge B)\ (B < C) < (A \not> C)$

A nie warunkuje C, bo w obrębie C jest dziedzina B, obejmująca wypadki A'C.

6. $(A \wedge B)\ (B \wedge C) < (A \not\vee C)$

A nie zastępuje C, bo jest dziedzina B, zawierająca wypadki A'C'.

7. $(A \vee B)\ (B > C) < (A \not< C)$

A nie wymaga C, bo istnieje dziedzina B', obejmująca wypadki AC'.

8. $(A \vee B)\ (B \vee C) < (A \not\wedge C)$

A nie wyklucza C, bo istnieje dziedzina B', w której gromadzą się wypadki AC.

---

[1]) Winę ogólnikowości wniosku ponosi tu niezupełne (tj. jakościowe tylko, topologiczne) określenie przesłanek. Przy pełnem logometrycznem określeniu konkluzja jest, jak wiemy (89), zawsze ścisła, choć nie zawsze klasyczna.

Jak widzimy, podstawą wszystkich tych wniosków jest istnienie wspólnej dziedziny B, wzgl. B', obejmującej takie wypadki współbytu, współbraku lub bytu-braku, które nie dadzą się pogodzić z jedną z klasycznych relacji. A skoro są takie wypadki, tedy nie może istnieć relacja, które je wyklucza. Stąd możliwość ogólnikowej konkluzji (§ 67).

### *§ 104. Z ogólnikowych przesłanek.*

Dalszych osiem ogólnikowych sylogizmów otrzymujemy z ośmiu klasycznych wzorów (§ 97), zmieniając pierwszą [1]) przesłankę ze ścisłej na ogólnikową (possybilną, częściową, zmienną), a w tym wypadku konkluzja musi również w ogólnikową zmienić się wypowiedź. Zmianę taką oznaczymy przygodnie znakiem klamry.

9. *(Im)im(im)*: (A ⩚ B) (B < C) < (A ⩚ C)

co w racjonalnem (possybilnem) tłumaczeniu opiewa: „Jeśli A może być B, a B jest C, to A może być C", zaś w faktycznej interpretacji: „Jeśli niektóre (niekiedy, czas jakiś, miejscami) A są B, zaś (wszystkie) B są C, to niektóre (niekiedy, czas jakiś, miejscami) A są C".

10 *(Co)co(con)*: (A ⩛ B) (B > C) < (A ⩛ C).

Np.: „Jeśli niektóre nie-A nie są B, a (żadne) nie-B nie jest C, to niektóre nie-A nie są C".

11. *(Ex)con(ex)*: (A ⋖ B) (B > C) < (A ⋖ C).
12. *(Im)ex(ex)*: (A ⩚ B) (B ∧ C) < (A ⋖ C),
13. *(Co)min(min)*: (A ⩛ B) (B ∨ C) < (A ⋗ C).
14 *(Min)im(min)*: (A ⋗ B) (B < C) < (A ⋗ C).
15. *(Min)ex(con)*: (A ⋗ B) (A ∧ C) < (A ⩛ C).
16. *(Ex)min(im)*: (A ⋖ B) (B ∨ C) < (A ⩚ C).

Założenia, w których d r u g a przesłanka jest sądem ogólnikowym, n i e dają ogólnikowej nawet konkluzji, tem mniej założenia, z dwuch ogólnikowych składające się przesłanek. *Ex mere particularibus nihil sequitur.* Pochodzi to poprostu stąd, że eliminacja wspólnego wyrazu możliwa jest tylko tam, gdzie funkcja pierwszej przesłanki i argument drugiej albo jednaki posiadają zakres, albo zakres pierwszej mieści się w zakresie drugiego.

---

[1]) Mowa tu o „pierwszej" i „drugiej" przesłance w przypuszczeniu, że założenie zostało uporządkowane w myśl zasady umieszczania wspólnego wyrazu pośrodku.

### § 105. *Figury szkolne.*

Logika szkolna rozróżnia, jak wiadomo, 13 figur syllogizmu ogólnikowego. Liczba ta sprowadza się do 7, jeśli pomijając djalektyczne czysto różnice, dotyczące porządku terminów i przesłanek, do istotnych, materjalnych ograniczymy się rozróżnień. Przekonamy się wtedy łatwo, że figury *Darii*, *Datisi*, *Disamis i Dimatis* [1]) podpadają pod ogólnikowy nasz wzór 9, figury *Ferio*, *Festino*, *Ferison i Fresison* pod wzór 12, dalej *Darapti* pod wzór 3, *Felapton* pod wzór 4, *Baroco* pod wzór 11, *Bacardo* pod wzór 14 [2]); że wreszcie figura *Bamalip* powstaje z klasycznego wzoru *Cococon*, w którym ścisła konkluzja „P jest S" zastąpiona została *in minus* ogólnikiem: „Niektóre S są P".

Jak widzimy, kazuistyka szkolna nie wyczerpała tematu sądów ogólnikowych i nie mogła go wyczerpać, ograniczając się do predykatywnych wypowiedzi i wykluczając podmioty ujemne (§ 98).

## XIII. D i a l o g j a.

### § 106. *Entymemat.*

Jeżeli ktoś powiada: „Epimenides jest Kreteńczykiem, a zatem kłamcą", każdy domyśli się, że w mniemaniu mówiącego Kreteńczycy są kłamcami. Inaczej nie byłby on użył słowa „z a t e m". Podobnie, gdy ktoś powiada: „Jeśli Kreteńczycy są kłamcami, to Epimenides jest kłamcą". Wnosimy wtedy z implikacyjnego połączenia obu sądów, że Epimenides musi być Kreteńczykiem. W obu wypadkach mamy przed sobą konstrukcję, którą klasyczni autorowie nazwali „e n t y m e m a t e m", t. j. przemilczeniem, i uważali poprostu za niezupełny, skrócony syllogizm (*syllogismus imperfectus* s. *decurtatus*).

### § 107. *Dialogja.*

I tu właśnie tkwi błąd klasycznej analizy, że zmylona istotną tożsamością p r z e d m i o t u, nie uwzględniała istotnej

---

[1]) W ostatnich dwuch figurach dokonano nadto odwrócenia właściwej konkluzji: „Niektóre P są S" na równoważne twierdzenie: „Niektóre S są P".

[2]) Tutaj także nastąpiło odwrócenie pierwotnej konkluzji: „Niektóre nie P są S" na równoważny sąd: „Niektóre S nie są P".

różnicy, która zachodzi między podmiotowem stanowiskiem mówiącego z jednej strony, a słuchacza z drugiej. Ten pierwszy musiał istotnie uświadomić sobie wpierw pełny syllogizm, a przemilczenie jednej z przesłanek jest u niego kwestją słownego jedynie wyrazu. Nie tak u słuchacza, który wobec całkiem innego staje założenia. Jego jedyną przesłanką jest zależność (implikacja), zachodząca między dwoma czy to istniejącemi już, czy przedstawionemi tylko faktami, wzgl. sądami. Że zaś podany za rację fakt (sąd) sam przez się nie stanowi jeszcze dostatecznej do wynikania podstawy (§ 75), której istnienie jednak się zakłada, przeto przed umysłem słuchacza staje logiczne zadanie: znaleźć trzeci sąd, który dołączyć by się musiał do sądu implikującego, aby z uzupełnionego w ten sposób założenia sąd implikowany w syllogicznem wynikał następstwie; innemi słowy: mając dany wniosek i jedną przesłankę, znaleźć drugą. A jest to zadanie nietylko różne od syllogicznego, lecz biegunowo mu przeciwne, tak jak przeciwne jest odejmowanie dodawaniu, dzielenie mnożeniu, całkowanie różniczkowaniu i t. p. Nowe to logiczne działanie nazwiemy w przeciwieństwie do syllogizmu — dialogją.

### § 108. „Redukcja".

Niektórzy nowsi pisarze (Duhamel, Sigwart) zdają sobie już jasno sprawę z przeciwstawności obu logicznych działań, kładąc przytem jednak zbyt wielki nacisk na zakresowy stosunek terminów. Przeciwstawiają oni mianowicie „dedukcyjnemu" pochodowi myśli od ogólnego poznania ku szczegółowemu „redukcję" jako poszukiwanie większej przesłanki na podstawie mniejszej i konkluzji. Drugi nasz przykład z Epimenidesem zadaje kłam zakresowemu temu sprawdzianowi, który zresztą przy predykatywnych jedynie wnioskach mógłby znaleźć zastosowanie. Ogólniejsze pojęcie „redukcji" jako aktu sprowadzania znanego wniosku do nieznanych przesłanek jest zbyt ogólne, a zadanie nieokreślone (§ 75). Dlatego właśnie uważałem za konieczne wprowadzenie nowej nazwy: „dia-logja" jako przeciwieństwo „syn-logizmu".

### § 109. Logometryczna analiza.

Najogólniej i najściślej możemy ująć sprawę tych wniosków zapomocą logometrycznej analizy.

Wywiedliśmy swojego czasu (§ 89) ogólne prawo syllogizmu:

$$r_1\ (AB)\ .\ r_2\ (BC)\ <\ r_3\ (AC)$$

przez eliminację wspólnego wyrazu z hipotetycznych dwu-równań: I/II i III/IV. Działo się to na podstawie załączonego obok schematu.

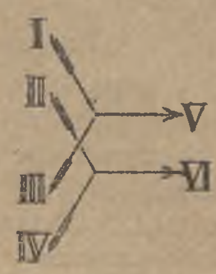


Fig. 28.

Strzałki symbolizują tu kierunek rozumowania od przesłanek do wniosku, który dla wyrazistości tłustym oznaczono drukiem.

Obecnie mamy przed sobą odwrotny pochód myśli, unaoczniony w następujących dwóch schematach,



Fig. 29.

z których pierwszy znajduje zastosowanie tam, gdzie dano nam relację V/VI, jako wynik relacji I/II, drugie tam, gdzie V/VI wynika z III/IV. W pierwszym wypadku wspólnym, ulegającym eliminacji, wyrazem jest a, w drugim c.

Mamy tedy w pierwszym wypadku założenie:

$$\mathbf{c} = \frac{\gamma - \vartheta}{1 - \alpha} + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\alpha\ (1-\alpha)}\ a\ \ldots\ V$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha - \vartheta}{1 - \gamma} + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\gamma\ (1-\gamma)}\ c\ \ldots\ VI$$

tudzież

$$\mathbf{b} = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha\ (1-\alpha)}\ a\ \ldots\ I$$

$$\mathbf{a} = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\beta\ (1-\beta}\ b\ \ldots\ II$$

Wyrzucając wartość a raz z równań V i I, drugi raz z równań VI i II, otrzymujemy:

$$\mathbf{c} = \frac{(\gamma - \vartheta)\ (\varepsilon - \alpha\beta)\ (\beta - \varepsilon)\ (\vartheta - \alpha\gamma)}{(\varepsilon - \delta\beta)\ (1 - \alpha)} + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\varepsilon - \alpha\beta}\ b\ \ldots\ \mathbf{III}$$

$$\mathbf{b} = \frac{(\alpha-\vartheta)\ (1-\beta) - (\alpha-\varepsilon)\ (1-\gamma)}{(\varepsilon-\alpha\beta)\ (1-\gamma)}\ \beta + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\varepsilon-\alpha\beta}\ \frac{\beta\ (1-\beta)}{\gamma\ (1-\gamma)}\ c\ \ldots\ \mathbf{IV}$$

W podobny sposób rugując wyraz c z równań V i III tudzież VI i IV, otrzymujemy analogiczny wniosek **I/II**.

### § 110. *Ogólne prawo dialogji.*

Stosując do obu tych konkluzyjnych dwu-równań ustalone ongiś (§ 16,18) probierze:

1. przecinania się w neutralnym punkcie,
2. stosunku obopólnych wpływów,

przekonamy się, że mamy przed sobą istotnie dwa hipotetyczne związki, co uprawnia nas do ogłoszenia następującej, bardzo ogólnej zasady:

Jeżeli dwa w stosunku wynikowym do siebie znajdujące się związki mają jeden termin wspólny, to pozostałe dwa terminy muszą być również hipotetycznie od siebie zależne. Zasada ta — nazwę ją ogólnem prawem dialogji — staje obok ogólnego prawa syllogizmu (§ 89) jako równorzędny jego odpowiednik. Podstawą zależności był tam współbyt dwóch związków, tutaj jest implikacyjna ich zależność.

### § 111. *Pokrycie.*

Wartość konkluzyjnego pokrycia, obliczona w ten sam, co w syllogizmie, sposób, wynosi:

$$\eta = \beta\gamma + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\varepsilon - \alpha\beta} (1 - \beta) \beta$$

względnie

$$\varepsilon = \alpha\beta + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\eta - \beta\gamma} (1 - \beta) \beta$$

### § 112. *Dialogiczne prawo znaku.*

Z budowy wyrazów tych wynika dialogiczne prawo znaku, które orzeka, że przy dialogicznym wniosku, podobnie jak przy syllogicznym (§ 91), przesłanki równego znaku dają dodatni wniosek, przesłanki różnego znaku — wniosek ujemny.

### § 113. *Dialogiczne prawo ścisłości.*

Podstawiając w ogólnym wzorze (§ 20) otrzymane powyżej konkluzyjne pokrycia $\eta$ i $\varepsilon$, otrzymujemy dwie znamienne relacje, które nazwę syllogicznem prawem ścisłości.

$$\zeta_2 = \frac{\zeta_3}{\zeta_1}$$

względnie

$$\zeta_1 = \frac{\zeta_3}{\zeta_2}$$

Słowami: Ścisłość konkluzji dialogicznej równa się ilorazowi obu ścisłości przesłankowych. Wynika stąd (§ 21), że związek wynikowy musi być ściślejszy od górnej (t. j. implikowanej) przesłanki. Tam tylko, gdzie dolna przesłanka była konjunkcją (§ 39), ścisłość górnej przechodzi niezmieniona na konkluzję; jeżeli była ona dyzjunkcją (§ 40), zmienia się znak ścisłości z dodatniego na ujemny lub odwrotnie.

## *§ 114. Iloraz logiczny.*

Pozwolę sobie obecnie, celem krótszego wyrazu, wprowadzić nowy ideograficzny symbol, o którym sądzę, że posiada, podobnie jak znaki iloczynu i sumy logicznej, nie konwencjonalne tylko, lecz istotne, w samej naturze przedmiotu uzasadnione znaczenie. Mam tu na myśli symbol ilorazu logicznego, wzgl. logicznego dzielenia. Analogja jest aż nadto widoczna. Taksamo bowiem, jak w matematyce jednej iloczynowej relacji:

$$ab = c$$

odpowiadają dwie ilorazowe:

$$\frac{c}{a} = b$$

$$\frac{c}{b} = a$$

tak tutaj syllogicznej relacji:

$$(A < B)\,(B < C) < (A < C)$$

odpowiadają dwie dialogiczne:

$$\frac{A < C}{A < B} < (B < C)$$

$$\frac{A < C}{B < C} < (A < B)$$

przyczem znaczenie logicznego znaku ułamka całkiem jasno się uwydatnia. Jeżeli mianowicie „iloczyn logiczny" symbolizował współistnienie dwuch treści (wzgl. współważność dwóch sądów), to „iloraz logiczny" nie może oznaczać nic innego, jak zachodzący między niemi hipotetyczny związek implikacji. W myśl symboliki tej wyraz $\frac{B}{A}$ oznacza przedstawiony

(hipotetyczny) stosunek wynikania bytu B z bytu A, wzgl. sądu B z sądu A. Sąd wydany, stwierdzający istnienie takiego ułamka:

$$1 < \frac{B}{A}$$

znaczy: „Wynikanie B z A zachodzi". Mnożąc obie strony przez A otrzymujemy rozwiniętą formę wypowiedzi:

$$A < B$$

Operacja całkiem podobna do matematycznej.

W naturalnem rozwinięciu symboliki ilorazowej możemy wyrażać (zapomocą negacji mianowicie) także i trzy dalsze klasyczne związki. Wyraz $\frac{B'}{A'}$ oznacza (przedstawione) warunkowanie, wyraz $\frac{B'}{A}$ wykluczanie, wyraz $\frac{B}{A'}$, zastępowanie B przez A.

Syllogiczne założenie przedstawia się jako iloczyn dwóch ułamków:

$$\frac{B}{A} \cdot \frac{C}{B} < \frac{C}{A}$$

dialogiczne założenie jako iloraz tychże:

$$\frac{\frac{C}{A}}{\frac{B}{A}} < \frac{C}{B}$$

wzgl.

$$\frac{\frac{C}{A}}{\frac{C}{B}} < \frac{B}{A}$$

Wszystkie te wzory ujawniają głęboką analogję, która zachodzi między logicznym a matematycznym ilorazem. Ułamek logiczny „skraca się" poprostu przez wyraz wspólny.

### *§ 115. Prawo trójkąta.*

Podstawiając w dialogicznych wnioskach **III/IV**, wzgl. **I/II** (§ 109), obliczoną w § 90 wartość konkluzyjnego pokrycia $\vartheta$, otrzymujemy zpowrotem równania syllogicznych przesłanek III/IV wzgl. I/II (§ 88). Z algebraicznego stanowiska było to zgóry do przewidzenia. Jeżeli bowiem z dwuch równań wynikło trzecie, to naturalnie i naodwrót, z konkluzji tej i jednej przesłanki możemy zawsze odtworzyć drugą. Równie oczywistą wydaje się rzecz w geometrycznym obrazie (§ 87); mniej oczywistą w logicz-

nej interpretacji. Ta opiewa: Jeżeli dwa czy to współistniejące, czy uzależnione od siebie związki posiadają jeden wyraz wspólny, to pozostałe dwa wyrazy znajdują się również w pewnym ściśle określonym hipotetycznym związku. Powstaje w ten sposób zamknięty w sobie logiczny system, tak zbudowany, że, znając dwa związki i zachodzący między niemi stosunek, możemy oznaczyć także i trzy pozostałe elementy, t. j. trzeci związek i logiczny jego stosunek do tamtych obu. Zasadę tę, obejmującą oba ogólne prawa syllogizmu (§ 89) i dialogji (§ 110), nazwiemy logicznem „prawem trójkąta", i spróbujemy unaocznić je sobie w podobny sposób, jak ongiś (§ 94) budowę syllogicznego łańcusznika. W Fig. 28

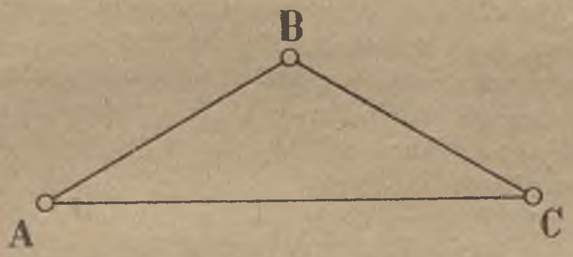



Fig. 28.

symbolizują punkty A, B i C trzy relacjonalnie ze sobą związane zjawiska. Proste AB, BC i AC przedstawiają owe właśnie relacje a zawarte między niemi kąty określają zachodzące między relacjami stosunki współbytu i wynikania. Pierwszy wyraża się tępym kątem, drugi ostrym. Analogja tedy widoczna. Jednemu tępemu kątowi towarzyszą zawsze dwa ostre; znając dwa boki i zawarty między niemi kąt, możemy oznaczyć trzeci bok i oba przyległe do niego kąty. Jeżeli nadto uwzględnimy także i długość boków (im krótszy bok, tem ściślejszy związek), to trójkąt nasz unaoczni nam też i oba prawa ścisłości: syllogiczne (§ 92) i dialogiczne (§ 113).

### *§ 116. Trójkąt równokątny.*

Są wszakże wypadki, w których współważność i zależność dwuch przesłanek do jednej i tej samej prowadzą konkluzji. Zachodzi to mianowicie wtedy, gdy przesłanki te jednotorowemi są związkami (§ 21), a więc konjunkcją-konjunkcją, dyzjunkcją-dyzjunkcją, konjunkcją - dyzjunkcją i dyzjunkcją - konjunkcją. W dwuch pierwszych wypadkach otrzymujemy jako wniosek

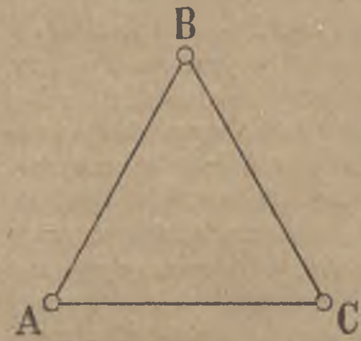



Fig. 29.

konjunkcję, w dwuch ostatnich dyzjunkcję. W układzie takim zaciera się różnica między syllogicznem a dialogicznem połączeniem sądów, między kątem tępym ($>60^0$) a ostrym ($< 60^0$). Staje przed nami (fig. 29) „t r ó j k ą t r ó w n o k ą t n y”, a tem samem i równoboczny, t. j. taki, w którym wszystkie trzy relacje jednaką posiadają ścisłość $\pm$ 1.

Najpospolitszy przykład układów takich widzimy w matematyce, gdzie między funkcją a argumentem podwójny, konjunkcyjny zachodzi związek: „Jeśli jest argument, jest funkcja, jeśli jest funkcja, jest argument” (§ 14). Mając przed sobą dwa takie funkcjonalne równania, mogę równie dobrze uważać je za w s p ó ł w a ż n e, jak za z a l e ż n e od siebie. Konkluzja matematyczna będzie w obu wypadkach jednaka (§ 117). [1]

### *§ 117. Dwojaka eliminacja.*

Syllogiczny wywód wniosku (§ 88) tem jedynie różni się od dialogicznego (§ 109), że podstawowy dla obu akt eliminacji wspólnego wyrazu tu i tam w różny dokonywa się sposób. Zjawisko to, nieznane w matematyce, wiąże się ściśle z dwutorowością funkcji logicznych.

Jeżeli dano mi dwa zwykłe funkcjonalne równania:

$$f_1\ (xy) = 0$$
$$f_2\ (yz) = 0$$

to eliminacja zmiennej y może jeden tylko i ten sam zawsze dać wynik:

$$f_3\ (xz) = 0$$

Inaczej przy funkcji dwutorowej. Mając przed sobą dwa hipotetyczne dwu-równania:

$$f_1\ (x\mathbf{y}) = 0$$
$$f_2\ (\mathbf{x}y) = 0$$

$$f_3\ (y\mathbf{z}) = 0$$
$$f_4\ (\mathbf{y}z) = 0$$

---

[1]) Dotyczy to jedynie r ó w n a ń funkcjonalnych; n i e r ó w n a n i a podpadają pod ogólne prawo trójkąta (§ 115).

możemy wyrugować wyraz wspólny Y

1. albo przez połączenie pierwszego równania z trzeciem, a drugiego z czwartem,

2. albo też pierwszego z czwartem a drugiego z trzeciem. Pierwsze dzieje się przy syllogicznym wniosku, drugie przy dialogicznym. Pierwszemu towarzyszy jasny logiczny sens substytucji, mocą której wynikające z pierwszej przesłanki następstwo wchodzi jako racja w drugą. Nie posiada natomiast sensu takiego druga operacja, przy której równamy ze sobą i rugujemy dwa argumenty, wzgl. dwie funkcje, chyba żebyśmy przyjęli, że w drugiej (implikującej) przesłance nastąpiła wpierw zamiana ról, mocą której stało się argumentem to, co było funkcją, a funkcją to, co było argumentem.

### *§ 118. Inwersja.*

Taką zamianę ról argumentu i funkcji w dwutorowym hipotetycznym związku nazwiemy odwróceniem jego, czyli inwersją. Szczupłość miejsca nie pozwala mi na rozwinięcie zajmującego tego tematu. Zaznaczę jedynie, że inwersja jest logometrycznym wyrazem przemiany twierdzenia na rację, t. j. zdania głównego: „A znajduje się w stosunku r do B” na zdanie warunkowe: „Jeśli A znajduje się w stosunku r do B“; mówiąc znakami: przemiany sądu „A r B“ na wyraz $\frac{1}{A\ r\ B}$ (§ 114).

Nietrudno przytem przekonać się, że inwersja związku realnego—z wyjątkiem konjunkcji i dyzjunkcji—daje z konieczności związek urojony, t. zn. wykraczający przeciw jednemu z zasadniczych hipotetycznych postulatów (§ 11); co naturalnie nie przeszkadza nam posługiwać się nim w rachunku i dochodzić do równie realnych wyników, jak te, które osiąga matematyk przy pomocy ilości urojonych.

W dziedzinie związków klasycznych odwrócenie implikacji daje warunek, odwrócenie warunku implikację, odwrócenie ekskluzji zastępstwo, odwrócenie zastępstwa ekskluzję. Podwójne związki konjunkcji i dyzjunkcji nie zmieniają się przez odwrócenie. Wszystkie te prawdy możemy wyczytać wprost z relacjonalnych naszych znaków, poprostu obracając je o 180°. Oto jeszcze jeden (§ 36) argument, przemawiający za ich wprowadzeniem.

### *§ 119. Dialogje klasyczne.*

Podstawiając w obu dialogicznych wzorach pokrycia (§ 111) pod ogólne wyrazy $\vartheta$ i $\varepsilon$, wzgl. $\vartheta$ i $\eta$, pokolei cztery klasyczne wartości (§ 29), otrzymujemy 32 różne wartości konkluzyjnego pokrycia, z których wszakże tylko połowa charakteryzuje związek klasyczny. Liczba ta odpowiada ośmiu klasycznym syllogizmom, ile że każdy z nich prawem trójkąta (§ 115) po dwa dialogiczne uzasadnia wnioski. Przeprowadzenie rachunku tego muszę ze względu na szczupłość miejsca pozostawić Czytelnikowi.

Jeżeli obie przesłanki zawierały obok wiadomych hipotetycznych uzależnień dodatkowe jakieś (modalne, czasowe, miejscowe, § 58, 69) określenia, to te przechodzą tu, podobnie jak przy syllogicznym wniosku, także i na konkluzję. Wspólność logicznego miejsca (§ 48) określa wniosek p r e d y k a t y w n y, różność jego wniosek p r z y c z y n o w y (§ 52).

### *§ 120. Dialogje predykatywne.*

O ilebyśmy, idąc śladem gramatyków i logików szkolnych, wykluczyli podmioty ujemne, liczba predykatywnych dialogji skurczy się do czterech, tych mianowicie, które wywodzą się z syllogicznych wzorów *Barbara* (*Imimim*) *i Celarent* (*Imexex*). Uznanie ujemnych także podmiotów podnosi liczbę tę do szesnastu, po dwa z każdego syllogicznego wzoru.

### *§ 121. Dialogje przyczynowe.*

Najważniejsze niewątpliwie zastosowanie znajduje logiczne prawo trójkąta w dziedzinie przyczynowego poznania. Wnioskujemy tu z przyczyn o skutku i ze skutku o przyczynach. W pierwszym wypadku posługujemy się syllogiczną, w drugim dialogiczną formą wniosku.

Skutek nie jest nigdy wynikiem jednej tylko przyczyny, lecz powstaje ze zbiorowego współdziałania wielu, może nawet nieskończenie wielu „przyczyniających się" doń determinant. Umysł nasz zwykle upraszcza sobie zadanie, dzieląc cały ten, bardzo zawiły nieraz, a rzadko w całości znany kompleks na dwie równorzędne grupy:

1. O g ó l n y u k ł a d p r z y c z y n o w y, t. j. pewien stosunkowo trwały zespół dodatnich i ujemnych determinant („przyczyn", „warunków", „przeszkód", „okoliczności"), do którego to zespołu przyłączyć się jeszcze tylko musi

2. jeden jakiś, ostatni czynnik, jakaś „przyczyna κατ' ἐξοχήν", jak ją Schopenhauer nazywa, my powiemy krótko: jakiś „powód" (*Anlass, occasion*), aby wyniknął skutek. Mamy wtedy przed sobą syllogizm:

Układ ✕ Powód < Skutek

słowami: „Jeśli istnieje układ U i powód P, to zaistnieje skutek S". Wynikają stąd dwie dialogje:

$$1.\ \frac{\text{Skutek}}{\text{Powód}} < \text{Układ}$$

słowami: „Jeśli powód P wywołał skutek S, musiał istnieć ogólny układ U"

$$2.\ \frac{\text{Skutek}}{\text{Układ}} < \text{Powód}$$

słowami: „Jeśli na tle układu U zaistniał skutek S, musiał istnieć powód P".

Właściwą dziedziną syllogizmu przyczynowego jest obszar przyszłości. Wnioskujemy tu bowiem z istnienia pewnych przyczyn o nastąpić mającym skutku. Wręcz przeciwnie ma się rzecz z pośredniem poznaniem *przeszłości*. Przed historykiem, który nie kronikę tylko, lecz pragmatyczną pisze historję, staje przedewszystkiem dialogiczny problemat poznania, na podstawie widomych faktów, owej niewidzialnej sieci związków przyczynowych, które, uzależniając jedne zjawiska od drugich, te właśnie, a nie inne wyznaczyły im koleje. Występuje tu pierwszy nasz djalogiczny wzór:

$$\frac{\text{Fakty następne}}{\text{Fakty poprzednie}} < \text{Układ przyczynowy.}$$

Podobny sposób rozumowania widzimy też i w innych doświadczalnych naukach:

$$\frac{\text{Spostrzeżenie II}}{\text{Spostrzeżenie I}} < \text{Układ}$$

względnie, przy eksperymentalnych zabiegach,

$$\frac{\text{Wynik}}{\text{Próba}} < \text{Układ}$$

Mówiąc ogólniej: nauki teoretyczne posługują się niemal wyłącznie dialogją pierwszego typu, pozostawiając typ drugi do równie wyłącznego użytku technice i praktycznemu wogóle działaniu. To bowiem, mając przed sobą z jednej strony jakiś „cel", życiowym wytknięty interesem, z drugiej strony znajomość ogólnego przyczynowego układu, staje co chwila wobec problematu „wynajdywania" takich treści, których realizacja na tle ogólnego

układu powodowałaby realizację celu. Treści takie zowiemy „środkami". Zadanie praktyczne streszcza się tedy w dialogicznym wzorze:

$$\frac{\text{Cel}}{\text{Układ}} < \text{Środek}$$

którym też posługuje się z reguły umysł racjonalny, dobierając „celowo", t. j. dialogicznie środki, do zamierzonego celu prowadzące. Fantastyczne umysły przeciwnie, idą raczej metodą próby, przy której szereg próbnych syllogizmów zastępuje dialogję.

## XIV. Logistyka.

### § 122. *Ideografja logiczna.*

W cytowanej już na wstępie (§ 8) rozprawie: „O podstawach myślowych logistyki" starałem się określić jasno istotę t. zw. logiki symbolicznej, t. j. ustalić właściwe znaczenie znaków jej i działań. Na tę pracę powołując się, mogę w tem miejscu do krótkiego ograniczyć się streszczenia.

Przedewszystkiem należy ściśle rozróżniać — na co niestety niedość zwraca się uwagi — między ideografją logiczną a logicznym rachunkiem, z których pierwsza ujawnia się w wynikaniach, drugi w równaniach logicznych. Zadaniem ideografji jest: ujmować złożone logiczne stosunki w równie zwięzłe, ścisłe i przejrzyste wzory jak te, któremi poszczycić się może w swojej dziedzinie matematyk. Do tego celu przedewszystkiem, zdaje się, są dostosowane symboliczne systemy Peana, Fregego i Russella; takie też tylko, a nie inne znaczenie posiada używana przez nas w poprzednich rozdziałach symbolika. Wielkie litery A, B, C, . . . oznaczają tu ogólnie pewne przedstawione (hipotetyczne) treści, a umieszczone między literami znaki: $<$ $\wedge$ $\times$ $\leqslant$ $\dot{\vee}$ znaczą zachodzące między treściami temi stosunki i związki. Iloczyn oznacza symbolicznie współbyt, iloraz implikację, suma stosunek (minimalnego, wzgl. alternatywnego) zastępstwa. Samoistność wypowiedzi nadaje jej, podobnie jak w matematyce, wartość asercji, którą odbiera jej znów wraz z samoistnością znak klamry, zmieniając fakt logiczny na hipotezę faktu, „sąd wydany" na „przedstawiony". na „objektyw" (§ 59).

### § 23. *Algebra logiczna.*

Inaczej całkiem ma się rzecz z algebrą logiczną, czyli „logistyką". Ta jest zwykłym ilościowym, a nie,

jak wielu sądzi, „symbolicznym" tylko rachunkiem, Wyrazy jej proste (a, b, c....), zarówno jak złożone, nie oznaczają ani treści pojęć, ani zakresów, ani klas [1]), lecz rozmaite wartości bytowe, t. j. gatunkowe stopnie bytu (§ 58), wzgl. prawdopodobieństwa. Te, będąc czystemi (bezwymiernemi) liczbami, dają się mnożyć przez siebie, dzielić, potęgować, nie zmieniając pierwotnego swego znaczenia. Równania logistyki są matematycznemi sądami, stwierdzającemi istnienie pewnych ilościowych między wartościami relacji.

Według powyższego określenia byłaby logistyka, podobnie jak i logometrja, równoznaczna z rachunkiem prawdopodobieństwa. Jakoż nie jest ona w istocie swej niczem innem, jak rachunkiem prawdopodobieństwa, ściślej mówiąc, specjalną jego odmianą, taką mianowicie, która, wykluczając wszystkie pośrednie (probabilne) wartości, uznaje dwa tylko skrajne wypadki prawdopodobieństwa, t. j. dodatnią i ujemną pewność:

$$1 \text{ i } 0$$

### § 124. *Prawo pewności.*

Ograniczenie to pociąga za sobą specjalne, nieznane w zwykłej algebrze prawo, które nazwę prawem pewności:

$$a^n = a$$

Naturalnie 1 i 0 są jedynemi liczbami, które nie zmieniają się przez potęgowanie. Jeżeli zjawisko jakieś jest konieczne albo niemożliwe, to szansa, że zaistnieje ono, wzgl. zabraknie, raz, dwa razy, dziesięć razy, będzie zawsze jednaka.

### § 125. *Prawo iloczynu i negacji.*

Pozatem obowiązują tu znane dwa probabilne pewniki: prawo negacji:

$$w\,(\text{nie-A}) = 1 - a$$

i prawo iloczynu:

$$w\,(\text{A i B}) = ab$$

---

[1]) Z matematycznego stanowiska „mnożenie" jednego „zbioru" przez drugi nie ma żadnego wręcz sensu, chyba żeby otrzymany tą drogą wynik innym jakimś, kwadratowym czy sześciennym był zbiorem, czem naturalnie nie jest. Stąd t. zw. „symboliczna" interpretacja rachunku.

*126. Suma logiczna.*

Prawdopodobieństwo, że nie zaistnieje ani A, ani B jest:

w (A' i B') = (1—a) (1—b) = 1—a—b+ab

zaś szansa przeciwna, że nie braknie równocześnie obu, że zaistnieje conajmniej jedno z obu zjawisk, będzie:

w (A lub B) = a + b — ab

Wyraz ten nazwiemy minimalną sumą i wprowadzimy dlań dla skrócenia osobny algebraiczny znak rogatej klamry

[a + b] = a + b — ab

Jeżeli dodamy założenie, że zjawiska A i B wykluczają się nawzajem, że zatem kombinacja (A i B) nie istnieje:

ab = 0

to suma minimalna przekształca się w alternatywną:

w (albo A albo B) = a + b

którą zatem należy uważać za specjalny wypadek tamtej.

Na zasadnicze to rozróżnienie należy tem większy kłaść nacisk, im mniej przestrzegamy go w myśli codziennej i mowie, mieszając często minimalny łącznik „lub" z alternatywnym (dyzjunkcyjnym) „albo-albo". Ujawniająca się w tem nieścisłość myśli udzieliła się też i teorji. Logika szkolna nie zna poprostu minimalnej sumy, a symbolika nowoczesna, obejmująca obie relacje jednem wspólnem mianem „sumy" i wspólnym znakiem „a+b", dopełniła zamieszania. Mógłbym przytoczyć szereg cytat, z których wynika, że logistycy na tym punkcie nie są między sobą zgodni, że co więcej zdarza się, iż jeden i ten sam autor w jednej i tej samej pracy dwojaką przyjmuje interpretację. Inni wreszcie sądzą, że wybór jednego albo drugiego znaczenia w każdym poszczególnym wypadku realnym kierować się powinien sensem. Zasadnicza ta nieścisłość, ta dwuznaczność logicznego symbolu, to zewnętrzne podobieństwo, a wewnętrzna rozbieżność logicznej „sumy" z matematyczną — oto co rozdwoiło niepotrzebnie obie algebry. Przywracamy jedność z chwilą, gdy zamiast matematoidalnego, dwuznacznego pojęcia „sumy" „a+b" wprowadzimy ścisłe matematyczne jej pojęcie: [a + b] = a + b — ab.

*§ 127. Zastosowania.*

Szczupłość miejsca każe mi ograniczyć się do kilku zaledwie przykładów, dowodzących, w jak łatwy i naturalny sposób

odrębne rzekomo aksjomaty, wzgl. teorematy „logiki symbolicznej" dają się do wspólnych, matematycznych sprowadzić zasad.

Zasada sprzeczności:

$$a\ a^1 = a\ (1 - a) = a - a^2 = a - a = 0$$

Prawo tautologji:

$$[a + a] = a + a - a^2 = a + a - a = a$$

Prawo absorpcji:

1. $[a + ab] = a + ab - a^2b = a + ab - ab = a$
2. $a\ [a + b] = a^2 + ab - a^2b = a + ab - ab = a$

Prawa de Morgana:

1. $[a + b]' = 1 - (a + b - ab) = (1 - a)\ (1 - b) = a'b'$
2. $[a' + b'] = 1 - a + 1 - b - (1 - a)\ (1 - b) = 1 - ab = (ab)'$

I t. d. I t. d.

Wszystkie te teorematy są, jak widzimy, ważne o tyle tylko, o ile pojęciu sumy minimalne nadamy znaczenie albo też, przy alternatywnem znaczeniu, przyjmiemy dodatkowy postulat: $ab = 0$.

### § *128. Dwoistość.*

Znamienne dla rachunku logicznego a nieznane w matematyce prawo dwoistości (dualności) wynika bezpośrednio z formułek de Morgana. Jeżeli dwa wyrazy logistyczne są sobie równe, to równe są też i ich negaty. Że zaś każdy wyraz, o ile nie jest prosty, jest tu albo iloczynem, albo sumą, negacja zaś zmienia iloczyn na sumę, a sumę na iloczyn negatów, przeto jasne jest, że każdemu prawdziwemu w sobie równaniu („aksjomatowi" wzgl. „teorematowi") odpowiada drugie również prawdziwe równanie, w którem pomieniano ze sobą znaki mnożenia i dodawania, zastępując równocześnie jedynki przez zera a zera przez jedynki [1]).

W analogiczny sposób wywodzi się ideograficzne prawo dwoistości z prawa kontrapozycji.

---

[1]) Ściśle biorąc, zmieniono tu także negaty a', b', c' . . . na dodatnie znaki: a, b, c . . ., co wolno było uczynić, ponieważ są to wszystko ogólne symbole wartości, wskutek czego obojętną zgoła jest rzeczą, które z obu przeciwnych znaczeń uznamy za pozyt, a które za negat.

### § *129. Rachunek relacji.*

Jak stwierdziłem już poprzednio (§ 14), związek hipotetyczny nie da się zalgebraizować (tj. przetłumaczyć na ilościowe relacje) inaczej, jak w formie hipotetycznego dwurównania. Nie czynią w tym kierunku wyjątku i cztery klasyczne związki. O ile wszakże ograniczymy się tu do obu skrajnych bytowych wartości 1 i 0, możliwym staje się dla tych specjalnie relacji rachunek przybliżony, w którym hipotetyczne dwurównanie zastąpione zostało przez jedno hiperboliczne równanie *„inkonsystencji"*.

Relacja ilościowa:

$$xy = m$$

przedstawia, jak wiadomo, w geometrycznym obrazie pęk hiperbol, których przebieg tembardziej zbliża się do obu osi (jako asymptot), im mniejszą wartość nadamy parametrowi m. Krańcowy wypadek:

$$xy = 0$$

jest już wręcz równaniem obu osi. Dwulinijny ten twór może w przybliżeniu zastąpić właściwy, dwutorowy przebieg ekskluzji (§ 33). Bo jakkolwiek tory funkcji tej odchylają się od obu osi, to jednak wspólne im i osiom skrajne punkty przynależności Q i R mogą służyć do jakościowego przynajmniej jej oznaczenia, a tem samem i do określenia trzech pozostałych klasycznych związków. Wystarczy w tym celu podstawić pod ogólne wyrazy x i y odpowiednie logistyczne wartości a, a', wzgl. b, b'. Mamy tedy jako logistyczny wyraz

wynikania: $ab' = 0$
warunkowania: $a'b = 0$
wykluczania: $ab = 0$
zastępowania: $a'b' = 0$

W równaniach tych oznaczają litery a, a', b, b' zmienne o dwóch możliwych wartościach 1 i 0 [1]). Podstawiając pod którąkolwiek ze zmiennych jedynkę, otrzymujemy dla drugiej wartość 0, podstawiając 0, nie otrzymujemy dla drugiej żadnej okreś-

[1]) Przeoczenie tego zmiennego charakteru znaków doprowadziło logistyków do jawnie niedorzecznej, a jednak z uporem głoszonej tezy: „Byt (prawda) wynika z wszystkiego", a „Z nie-bytu (fałszu) wynika wszystko".

lonej wartości, ile że każda czyni zadość równaniu. W ten to sposób wymija rachunek logistyczny niedostępne dlań zadanie pośrednich funkcjonalnych wartości.

Inaczej ma się rzecz z podwójnemi związkami konjunkcji i dyzjunkcji, które, jak wiemy, zwykłemi algebraicznemi wyrażają się równaniami:

$$\text{konjunkcja: } a - b = 0$$
$$\text{dyzjunkcja: } a + b = 1$$

Tutaj możliwe są po cztery ścisłe wnioski z wartości argumentu o wartości funkcji.

## § *130. Zdania poboczne.*

Ustalone przed chwilą cztery logistyczne równania związków pozwalają nam też tłumaczyć zdania poboczne („sądy przedstawione", hipotezy związków, objektywy) na odpowiednie ilościowe symbole. Skoro bowiem wyraz „a" oznacza prawdopodobieństwo „że A istnieje" a wyraz a' prawdopodobieństwo „że A nie istnieje":

$$w\,(A \sim 1) = a$$
$$w\,(A \sim 0) = a'$$

to w naturalnem następstwie wartość bytowa czterech klasycznych związków wyrażać się będzie (w logistycznem przybliżeniu) wyrazami:

$$w\,(A < B) = 1 - ab'$$
$$w\,(A > B) = 1 - a'b$$
$$w\,(A \wedge B) = 1 - ab$$
$$w\,(A \vee B) = 1 - a'b'$$

## § *131. Dowody. Wnioski.*

Spróbujmyż teraz dla przykładu poczynić kilka typowych zastosowań.

Wywód rzekomych zasad.

Teza: $AB < A$

Dowód: $ab(1-a) = ab - a^2b = ab - ab = 0$ q. e. d.

Komplikacja.

Teza: $(A < B)\,(A \wedge B) < (A \sim 0)$

Dowód: 1). $ab' = 0$ 2). $(1 - ab')\,(1 - ab) =$

$$\frac{\begin{matrix} ab' = 0 \\ ab = 0 \end{matrix}}{a(b+b') = a = 0} \text{ q. e. d.} \qquad = 1 - ab' - ab + 0 = 1 - a\,(b+b') = = a' \text{ q. e. d}$$

Dedukcja.

Teza: $(A \vee B)(A \sim 0) < (B \sim 1)$

Dowód: 1) $a'b' = 0$ 2) $(1-a'b')\,a' = a' - a'b' =$

$$\frac{a' = 1}{b' = 0} \qquad = a'b$$

$b = 1$ q. e. d.

Syllogizm.

Teza: $(A \wedge B)(B > C) < (A \wedge C)$ (*Exconex*)

Dowód: 1). $\dfrac{ab = 0 \qquad c = c}{abc = 0}$ $\qquad \dfrac{b'c = 0 \qquad a = a}{ab'c = 0}$

$ac(b+b') = ac = 0$ q. e d.

Albo: 2). $(1-ab)(1-b'c)(1-ac)' = ac - ac(b+b') = 0$ q. e. d.

Dialogja.

Zadanie: $\dfrac{A < C}{A < B} = ?$ $\qquad \dfrac{A < C}{B < C} = ?$

$(1-ab')(1-ac')' = 0$ $\qquad (1-bc')(1-ac')' = 0$

$ac' - ab'c' = 0$ $\qquad ac' - abc' = 0$

$abc' = 0$ $\qquad ab'c' = 0$

$AB < C$ $\qquad A < [B+C]$

Wnioski ostatnie, jak widzimy, odbiegają nieco od tych, do których upoważniałoby nas, w razie ścisłego (logometrycznego) określenia przesłanek, logiczne prawo trójkąta (§ 115). Świadczą one chlubnie o przezorności logicznego rachunku. Nie trudno bowiem przekonać się, że przy topologicznem (jakościowem jedynie) ujęciu relacji jeden i ten sam wniosek: „$A < C$“ może z różnych wynikać założeń, a więc nie tylko: $(A < B)(B < C)$, lecz także: „$(A < B)(AB < C)$“ tudzież: „$(A < [B+C])(B < C)$“. Skoro tedy nie możemy wiedzieć, które z obu możliwych założeń odtwarzać ma dialogja, słuszne jest, że odtwarza ogólniejsze, w którem tamto drugie jako specjalny mieści się wypadek.

Zadanie: $\dfrac{A \sim 0}{A < B} = ?$

Rozwiązanie:

$(1 - ab')(a')' = 0$

$a - ab' = 0$

$ab = 0$

czyli:

$A \wedge B$ q e. d. (§ 85)

*§ 132. Krytyka.*

Ograniczenie wartości bytowej zmiennych do dwuch tylko skrajnych wypadków: 0 i 1 uprościło niepomiernie rachunek logiczny, czyniąc zeń sprawne nad wyraz i wygodne pomocnicze narzędzie myśli. Z drugiej wszakże strony nie wolno zapominać, że to samo właśnie dyzjunkcyjne ograniczenie wartości czyni z algebry logicznej p r z y b l i ż o n y tylko rachunek (§ 130), którego kompetencję przekraczając, popadamy wnet w niedokładność, błąd czy jawną nawet niedorzeczność (por. § 129 przypisek).

Najsłabszą wszakże stroną algorytmu tego w dzisiejszej jego, powszechnie niemal przyjętej postaci jest d w u z n a c z n o ś ć z n a k u s u m y, gdyż pod ten znak, jak stwierdziłem już (§ 126), dwojakie można podkładać znaczenie: a l t e r n a t y w n e i m i n i m a l n e. W rachunku ścisłym dwuznaczność taka jest zasadniczo niedopuszczalna i nie może też bez złych pozostać następstw.

Weźmy przykład, pierwszy z brzegu. Oto dano nam prosty (minimalny) wypadek zastępstwa:

$$A \vee B$$

co, w myśl przyjętego przez Schrödera, Couturata in. pojęcia sumy możemy wyrazić równaniem:

$$a + b = 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1$$

Rozwijając oba pierwsze wyrazy;

$$a\,(b + b) + b\,(a + a') = 1$$

i przeprowadzając właściwe skróty otrzymujemy:

$$a + b - ab = 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2$$

Zrównanie lewych stron równości (1 i (2 daje nam relację:

$$ab = 0$$

a więc równanie ekskluzji:

$$A \wedge B$$

Skąd, pytam, bierze się tu ekskluzja? Wszak nie było jej w założeniu. Stworzył ją poprostu sam rachunek, wylęgła się ona z dwuznacznego znaku sumy. Rozumie się, bezprawnie. Bylibyśmy uniknęli błędu, posługując się znakiem rogatej klamry (§ 126), wzgl. odpowiednim algebraicznym wyrazem.

Weźmy drugi przykład. Dano nam fakt zwykłej implikacji: A $<$ B

$$a\ b' = 0$$
$$(a\ b')' = 1$$
$$a' + b = 1$$
$$a = b$$

Skąd, pytam znowu, ta równość, której nie było w założeniu? Oto stąd, że, wypaczając prawo de Morgana, przyjęliśmy:

$$(a\ b')' = a' + b$$

zamiast:

$$(a\ b')' \doteq [a' + b] = a' + b - a'b$$

Wynikło stąd:

$$a'\ b = 0$$

co w połączeniu z implikacyjnem założeniem dało równanie konjunkcji A $><$ B:

$$a = b$$

Przykłady te — a możnaby przytoczyć podobnych wiele — wystarczą, aby uzasadnić twierdzenie, że algebra logiczna w obecnej swej postaci jest m y l n a i wymaga rekonstrukcji, takiej mianowicie, któraby, rozróżniając wyraźnie oba rodzaje sumy logicznej, usunęła fatalną dwuznaczność. Takie to właśnie rozróżnienie sprowadziło nas zpowrotem do z w y k ł e j, m a t e m a t y c z n e j a l g e b r y, t. j. rachunku prawdopodobieństwa, wzbogaconego jednym tylko nowym, specjalnym pewnikiem: „prawem pewności" (§ 124).

---

Na tem kończę mój przydługi może wykład o funkcjach hipotetycznych i logometrji. Szczupłość miejsca nie pozwoliła mi już niestety na rozwinięcie jednego jeszcze zasadniczego rozróżnienia, które zdaniem mojem uczynić należy między „f u n k c j o n a l n y m" a „a k t u a l n y m" typem wypowiedzi. „Niestety", powiadam, albowiem to właśnie rozróżnienie mogłoby snop krytycznego rzucić światła na przemożną dziś naukę o t. zw. f u n k c j a c h z d a n i o w y c h, której wielka zasługa i poważna zarazem wina obciąży kiedyś rachunek logiki nowoczesnej.